Primjena kamatnog računa

Švigir Škrtić, Željka

VELEUČILIŠTE U KARLOVCU

POSLOVNI ODJEL

STRUČNI STUDIJ UGOSTITELJSTVA

Željka Švigir Škrtić

PRIMJENA KAMATNOG RAČUNA

ZAVRŠNI RAD

Karlovac, 2015.

Željka Švigir Škrtić

PRIMJENA KAMATNOG RAČUNA

ZAVRŠNI RAD

Veleučilište u Karlovcu

Poslovni odjel

Stručni studij ugostiteljstva

Kolegij: Poslovna matematika I

Mentor: mr. sc. Marina Tevčić

Matični broj studenta: 0618610100

Karlovac, lipanj 2015.

ZAHVALA

Veliko hvala svim profesorima i asistentima na suradnji i kvalitetnom pružanju znanja tijekom studiranja. Posebno se zahvaljujem mentorici mr. sc. Marini Tevčić zbog čije pristupačnosti i nesebične pomoći mi je izrada ovog završnog rada bila veliko zadovoljstvo.

Zahvaljujem svim kolegicama i kolegama na zajedničkim trenucima tijekom studiranja.

Na kraju, želim zahvaliti na razumijevanju i pomoći svojoj obitelji, posebno suprugu Franji, sinu Marku, sestri Afroditi i svekrvi Marici. Ove godine studiranja bile su lakše uz njihovu podršku.

SAŽETAK

Tema ovog završnog rada je primjena kamatnog računa. U poslovnoj praksi jednostavni i složeni kamatni račun svoju praktičnu primjenu imaju u uobičajenim poslovnim situacijama – primanju i davanju pozajmica (kredita), najamnom odnosu u ulozi najmodavca i najmoprimca, ulaganju u obveznice i druge dužničke instrumente, diskontiranju mjenica, dugotrajnih potraživanja i obveza, obračunu zateznih kamata i sl. Kamate obračunate anticipativno uvijek su veće jer se obračunavaju od konačne vrijednosti za razliku od dekurzivnog obračuna gdje se računaju na početnu vrijednost. Dakle, za dužnika je povoljnije dekurzivno ukamaćivanje, a za kreditora anticipativno ukamaćivanje.

KLJUČNE RIJEČI: kamatni račun, jednostavni obračun kamata, složeni obračun kamata, dekurzivno ukamaćivanje, anticipativno ukamaćivanje

SUMMARY

The subject of this thesis deals with the implementation of the interest account. In the business practice, simple and complex interest accounts have practical application in the everyday business situations such as – receiving and giving loans, rental relations between a lessor and a lessee, investment in bonds and other obligatory instruments, discounting of drafts, long-term debts and liabilities, liquidation of interest rates etc.

The anticipated interest rates are always higher because they are calculated from the final amount unlike the decursive interest rates which are calculated from the beginning. Hence, decursive interest rates are better for the debtor and anticipative interest rates are better for the creditor.

KEY WORDS: interest account, simple interest account, complex interest account, decursive interest rate, anticipative interest rate

SADRŽAJ

1. UVOD……..………………………….…………………………….…………………1

1.1. Predmet i cilj rada………………………………………………………………1

1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja……………………………………………..1

1.3. Struktura rada…………………………………………………………………...…1

2. POJAM KAMATNOG RAČUNA……………………………………………………...2

2.1. Jednostavni kamatni račun…………………………………………………….....3

2.1.1. Dekurzivni obračun kamata kod jednostavnog kamatnog računa…………………...5

2.1.2. Anticipativni obračun kamata kod jednostavnog kamatnog računa…………..…..10

2.1.3. Jednostavno ispodgodišnje ukamaćivanje…………………………………….....16

2.2. Složeni kamatni račun…………………………………………………………………19

2.2.1. Dekurzivno ukamaćivanje kod složenog kamatnog računa……………………….19

2.2.2. Anticipativno ukamaćivanje kod složenog kamatnog računa……………………..25

2.3. Nominalna, relativna i konformna kamatna stopa…………………………………….33

2.3.1. Relativna kamatna stopa……………………………………………………………..33

2.3.2. Konformna kamatna stopa……………………………………………………...35

2.3.2.1. Konformna stopa kod dekurzivnog ukamaćivanja………………………………35

2.3.2.2. Konformna stopa kod anticipativnog ukamaćivanja…………………………….36

3. PRIMJENA KAMATNOG RAČUNA U PRAKSI…………………………………..…38

3.1. Kamatni računa u bankarskim poslovima……………………………………………..38

3.2. Metode obračuna kamata i naknada…………………………………………………...39

3.3. Određivanje kamatne stope……………………………………………………………39

3.3.1. Vrste kamatnih stopa u poslovanju s građanima……………………………………..40

3.4. Krediti u RBA……………………………………………………………………………42

4. ZAKLJUČAK…………………………………………………………………………..45

LITERATURA……………………………………………………………………………47

POPIS TABLICA…………………………………………………………. ……. … 48

1. UVOD

1.1. Predmet i cilj rada

Predmet završnog rada je kamatni račun, jednostavni i složeni, te obračun kamata koji može biti anticipativni i dekurzivni. Cilj ovog rada je na osnovu primjera pokazati koji je obračun kamata povoljniji za dužnika, odnosno na koji način obračuna kamata će dužnik platiti u konačnici manji iznos.

1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja

Podaci korišteni prilikom izrade ovog rada prikupljeni su iz stručne literature koja se bavi pojmom kamatnog računa. Prilikom pisanja rada korištene su sljedeće metode: analiza i sinteza, deskriptivna te komparativna metoda. Korišteni podaci prikupljeni su iz sekundarnih izvora, a kao oblik ilustracije korištene su tablice.

1.3. Struktura rada

Rad se sastoji od četiri poglavlja, koja su razrađena u nekoliko manjih potpoglavlja. Započinje se sa uvodom u kojem se predstavlja tema i problematika rada te izvori podataka i struktura rada. Potom se u drugom poglavlju definira kamatni račun, koji može biti jednostavni i složeni, te način obračuna kamata, koji može biti dekurzivni i anticipativni. Objašnjava se pojam nominalne, relativne i konformne kamatne stope kod dekurzivnog i anticipativnog ukamaćivanja. U trećem dijelu rada govori se o kamatnom računu u praksi, dok je zaključak u četvrtom dijelu rada

2. POJAM KAMATNOG RAČUNA

Kamatni račun zasniva se na postotnom računu. Osnovna razlika između postotnog i kamatnog računa je u tome što se kod kamatnog računa pojavljuje još i vrijeme kao dodatna veličina, a baš o njemu ovisi vrijednost kamata. Što je duže glavnica (iznos posuđenog novca) u banci, dobiju se i veće kamate. Kamate su premija ili nagrada onome tko daje novac na korištenje dužniku za posuđenu glavnicu na određeno vrijeme, i to na svakih 100 kuna (jedinica novca) posuđenog novca.[1]

Kamate se obično vežu uz novac, iako su postojale i u vremenima prije Krista. U starim sumerskim dokumentima ukazuje se na uporabu naturalnih kredita, jer se posudba nekog dobra ugovarala uz obvezu da dužnik vrati istu količinu uvećanu za neki postotak. Karakteristično je za kamatnu stopu u naturalnom kreditu da se kamate dobivaju u istoj konkretnoj robi u kojoj je dan kredit.

Kada se riječ o novčanom kreditu kamate se kao i dug plaćaju u novcu. Kamate se računaju za određeno vremensko razdoblje koje se naziva **vrijeme trajanja kapitalizacije (razdoblje ukamaćivanja ili razdoblje kapitalizacije)**.[2]

To razdoblje može biti bilo koja vremenska jedinica npr. godina (obračun kamata godišnji) ili polugodište (obračun kamata polugodišnji), kvartal (obračun kamata kvartalni), mjesec (obračun kamata mjesečni) i dan (obračun kamata dnevni). U gospodarskoj praksi sve do kraja 80-tih godina najčešće se za razdoblje ukamaćivanja uzimala godina dana, ali se od 1987. godine sve češće za razdoblje ukamaćivanja koristi kvartal, odnosno mjesec.[3]

Obračun kamata može biti krajem ili početkom razdoblja ukamaćivanja. Ako se kamate obračunavaju na kraju razdoblja ukamaćivanja od glavnice (početne vrijednosti) s početka tog razdoblja govori se o **dekurzivnom[4] obračunu kamata**. Ako se kamate obračunavaju na početku razdoblja ukamaćivanja od glavnice s kraja tog razdoblja (konačne vrijednosti) riječ je o **anticipativnom[5] obračunu kamata**.

Ako su svi uvjeti jednaki kreditiranja (glavnica, razdoblje kapitalizacije i kamatnjak), kamate obračunate anticipativno uvijek su veće od kamata obračunatih dekurzivno. To je zbog toga

[1]Dabčević, A., Dravinac, N. et al: *Primjena matematike za ekomiste*, Informator, Zagreb, 1996. Str.115.
[2]Šego, B.: Matematika za ekonomiste, Narodne novine d.d., Zagreb, 2005. str. 589.
[3]Ibidem, str. 589.
[4]lat. decurrere = prevaliti, pretrčati
[5]lat. anticipare = unaprijed oduzeti

što se anticipativno kamate obračunavaju od konačne, a dekurzivno od početne vrijednosti. Dakle, za dužnika je povoljnije dekurzivno ukamaćivanje, jer plaća manje kamata.[6]

Kamatna stopa ili kamatnjak pokazuje postotak iznosa koji dužnik mora vratiti, nakon određenog vremena, više nego što je posudio. **Kamate** I [7] predstavljaju naknadu koju dužnik (debitor) mora platiti vjerovniku (kreditoru) zato što mu je određeno vrijeme ustupio pravo raspolaganja nekim iznosom novca ili dobra. Uobičajeno je da se kamatnjak označava malim slovom p kad je obračun kamata dekurzivan, odnosno malim slovom q kad je obračun kamata anticipativan. Za izračunavanje kamata koristi se jednostavni i složeni kamatni račun, ovisno o tome što je ugovorom između dužnika i vjerovnika ugovoreno da se uzima kao baza za izračunavanje kamata.

Kapital ili **glavnica** u početnom trenutku je sadašnja ili **početna vrijednost** i obilježava se s C_0 ili s C. Vrijednost koju kapital naraste nakon n vremenskih razdoblja naziva se buduća ili **konačna vrijednost** i obilježava se s C_n. Konačna vrijednost jednaka je zbroju početne vrijednosti i kamata.[8]

$$C_n = C_0 + I \tag{1}$$

Ovisno o glavnici koja s uzima u obračun kamata razlikujemo:

- **jednostavni obračun kamata** – ako se kamate za svako razdoblje obračunavaju na istu vrijednost posuđene glavnice,
- **složeni obračun kamata** – ako se glavnica za izračun kamata u svakom obračunskom terminu mijenja.

2.1. Jednostavni kamatni račun

Kamate koje se izračunavaju za svako razdoblje kapitalizacije kroz vrijeme trajanja kapitalizacije **od iste vrijednosti glavnice** nazivaju se **jednostavne kamate**. Kamate za jedno vremensko razdoblje predstavljaju postotni dio glavnice koji dužnik mora platiti vjerovniku kao naknadu za korištenje novčanog iznosa koji mu je posudio.

[6]Dabčević, A., Dravinac, N. et al: *Primjena matematike za ekomiste,* Informator, Zagreb, 1996. Str. 251.
[7]lat. interes = donosi korist
[8]Štambuk, Lj.: *Poslovna matematika I,* Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2009. str. 136.

Obračun jednostavnih kamata može biti ili dekurzivan ili anticipativan. Jednostavne kamate primjenjuju se obično kod kratkoročnih financijskih poslova, koji traju manje od godinu dana.

U gospodarskoj praksi jednostavne se kamate računaju najčešće za mjesec, odnosno dane, (kratkoročne financijske transakcije) pa se iz praktičnih razloga nastoje upotrebljavati formule u kojima je vrijeme izraženo u mjesecima ili danima.

U jednostavnom kamatnom računu prilagođavaju se veličine iz postotnog računa. Iz postotnog računa, osnovna veličina S kod kamatnog računa je glavnica (iznos novca ili dobra što ga vjerovnik ustupa dužniku na korištenje). Postotni dio P je u kamatnom računu naknada koju dužnik plaća za korištenje glavnice, zove se kamata. Postotak je kamatnjak (iznos kamata za 100 novčanih jedinica za jednu godinu), a označava se slovom p. Uvodi se još jedna veličina – vrijeme. Vjerovnik ustupa dužniku glavnicu na određeno vrijeme. Što je glavnica ustupljena na duže vrijeme to je veća i naknada (kamate). Ako se vrši godišnji obračun kamata onda je oznaka za vrijeme n (podrazumijeva se n godina).

U jednostavnom kamatnom računu upotrebljavaju se oznake za sljedeće veličine[9]:

- C_0 = glavnica,
- I = kamata,
- p = kamatnjak,
- n = broj godina,
- C_n = konačna vrijednost glavnice.

Iz osnovnog razmjera za postotni račun:

$$S : 100 = P : p$$

kod jednostavnog kamatnog računa je:

$$C_0 : 100 = I : p$$

što daje:

$$I = \frac{C_0 \cdot p}{100} \tag{2}$$

[9]Relić, B.: *Gospodarska matematika*, Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, Zagreb, 1996. str. 67.

2.1.1. Dekurzivni obračun kamata kod jednostavnog kamatnog računa

Dekurzivni obračun kamata jest obračun kamata na kraju razdoblja ukamaćivanja od glavnice s početka tog razdoblja. Pri obračunu jednostavnih kamata u svakom razdoblju ukamaćivanja glavnica ostaje nepromijenjena tijekom čitavog vremena trajanja kapitalizacije (ona s početka vremena trajanja kapitalizacije).[10]

Jednostavne kamate na kraju prve godine po formuli (2) pri dekurzivnom ukamaćivanju iznose:

$$I_1 = \frac{C_0 \cdot p}{100}$$

pa je

$$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + \frac{C_0 \cdot p}{100}$$

odnosno

$$C_1 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

Kamate na kraju druge godine računaju se ponovno na početnu vrijednost C_0 pa je:

$$I_2 = \frac{C_0 \cdot p}{100}$$

i također

$$C_2 = C_1 + I_2 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) + \frac{C_0 \cdot p}{100} = C_0 \cdot \left(1 + \frac{2p}{100}\right).$$

Na isti način dobiva se:

$$C_3 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{3p}{100}\right).$$

[10]Relić, B.: *Gospodarska matematika,* Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, Zagreb, 1996. str. 62.

Budući da su kamate u svakom razdoblju ukamaćivanja jednake, tj. $I_1 = I_2 = ... = I_n = I$ konačna vrijednost kapitala nakon n razdoblja pri jednostavnom dekurzivnom ukamaćivanju je:

$$C_n = C_0 + n \cdot I$$

odnosno

$$C_n = C_0 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot p}{100}\right) \tag{3}$$

dok su ukupne su kamate:

$$I = \frac{C_0 \cdot n \cdot p}{100}. \tag{4}$$

Primjer 1.

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$p = 3$.

Prema formuli (3):

$$C_4 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot p}{100}\right) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot 3}{100}\right) = 11200 .$$

Konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine je 11.200 kn. Ukupne kamate iznose 1.200 kn:

$$I = C_4 - C_0 = 11200 - 10000 = 1200 .$$

To se moglo izračunati i prema formuli (2):

$$I = \frac{10000 \cdot 4 \cdot 3}{100} = 1200 \,.$$

Primjer 2.

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$p = 5$.

Prema formuli (3):

$$C_4 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot p}{100}\right) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot 5}{100}\right) = 12000 \,.$$

Konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine je 12.000 kn. Ukupne kamate iznose 2.000 kn:

$$I = C_4 - C_0 = 12000 - 10000 = 2000 \,.$$

To se moglo izračunati i prema formuli (2):

$$I = \frac{10000 \cdot 4 \cdot 5}{100} = 2000 \,.$$

Za razliku od **Primjera 1.** u ovom primjeru povećan je samo iznos godišnjih kamata (s 3 na 5%), što je uvjetovalo u istom vremenskom razdoblju povećanje ukupnih kamata odnosno konačne vrijednosti za 800 kn.

Primjer 3.

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$p = 3$.

Prema formuli (3):

$$C_8 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot p}{100}\right) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot 3}{100}\right) = 12400 \ .$$

Konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine je 12.400 kn. Ukupne kamate iznose 2.400 kn:

$$I = C_8 - C_0 = 12400 - 10000 = 2400 \ .$$

To se moglo izračunati i prema formuli (2):

$$I = \frac{10000 \cdot 8 \cdot 3}{100} = 2400 \ .$$

Primjer 4.

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$p = 5$.

Prema formuli (3):

$$C_8 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot p}{100}\right) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot 5}{100}\right) = 14000 \ .$$

Konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine je 14.000 kn. Ukupne kamate iznose 4.000 kn:

$$I = C_8 - C_0 = 14000 - 10000 = 4000 \ .$$

To se moglo izračunati i prema formuli (2):

$$I = \frac{10000 \cdot 8 \cdot 5}{100} = 4000 \ .$$

Primjer 5.

Na koliko je godina posuđen iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, ako je na kraju obračunskog razdoblja dužnik platio 15.550 kn? Koliko iznose ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$C_n = 15550$,

$p = 3$.

Iz formule (2):

$$I = \frac{C_0 \cdot n \cdot p}{100}$$

može se izvesti formula za broj godina:

$$n = \frac{100 \cdot I}{C_0 \cdot p}.$$

Najprije treba izračunati iznos ukupnih kamata:

$$I = C_n - C_0 = 15550 - 10000 = 5550 .$$

Uvrštavanjem u formulu za broj godina dobiva se:

$$n = \frac{100 \cdot I}{C_0 \cdot p} = \frac{100 \cdot 5550}{10000 \cdot 3} = 18{,}5 .$$

Dakle, iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, posuđen je na 18,5 godina, a na kraju obračunskog razdoblja dužnik mora platiti 5.550 kn ukupnih kamata.

2.1.2. Anticipativni obračun kamata kod jednostavnog kamatnog računa

Kod anticipativnog obračuna kamata baza za izračunavanje je konstanta i predstavlja konačnu vrijednost C_n koja dospijeva na kraju vremena trajanja kapitalizacije. Za razliku od dekurzivnog ukamaćivanja, kod anticipativnog ukamaćivanja oznaka za kamatnjak je q, a za kamate $\bar{I}$. Kamate su iste za svako vremensko razdoblje te iznose:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = ... = \bar{I}_n = \frac{C_n \cdot q}{100} .$$

Kamate za dvije godine dvostruko su veće od kamata za jednu godinu. Za n godina one iznose $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + ... + \bar{I}_n = n \cdot \bar{I}_n$. Dakle, ukupne kamate iznose:

$$\bar{I} = \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100} . \qquad (5)$$

Dužnik na početku vremena trajanja kapitalizacije dobije glavnicu C_0, a na kraju treba vratiti C_n. Izračun konačne vrijednosti daje:

$$C_n = C_0 + \bar{I}$$

$$C_0 = C_n - \bar{I}$$

$$C_0 = C_n - \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100} = C_n \cdot \left(1 - \frac{n \cdot q}{100}\right).$$

Iz dobivene jednakosti, konačna vrijednost glavnice uz jednostavni anticipativni obračun kamata je:

$$C_n = C_0 \frac{100}{100 - n \cdot q}. \tag{6}$$

Primjer 6.

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$q = 3$.

Iz formule (6):

$$C_4 = C_0 \frac{100}{100 - n \cdot q} = 10000 \cdot \frac{100}{100 - 4 \cdot 3} = 11363{,}64.$$

Konačni iznos na kraju četvrte godine je 11.363,64 kn.

Ukupne kamate se izračunaju prema formuli (5):

$$\bar{I} = \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100} = \frac{11363{,}64 \cdot 4 \cdot 3}{100} = 1363{,}64.$$

Isti iznos može se jednostavnije dobiti iz formule:

$$\bar{I} = C_n - C_0 = 11363{,}64 - 10000 = 1363{,}64.$$

Ukupne kamate uz navedene uvjete iznose 1.363,64 kn. Primjećuje se: kod dekurzivnog ukamaćivanja (**Primjer 1.**) uz iste uvjete kamate su iznosile 1.200 kn.

Primjer 7.

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$q = 5$.

Iz formule (6):

$$C_4 = C_0 \frac{100}{100 - n \cdot q} = 10000 \cdot \frac{100}{100 - 4 \cdot 5} = 12500 \; .$$

Konačni iznos na kraju četvrte godine je 12.500 kn.

Ukupne kamate se izračunaju prema formuli (5):

$$\overline{I} = \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100} = \frac{12500 \cdot 4 \cdot 5}{100} = 2500 \; .$$

Isti iznos može se jednostavnije dobiti iz formule:

$$\overline{I} = C_n - C_0 = 12500 - 10000 = 2500 \; .$$

Ukupne kamate uz navedene uvjete iznose 2.500 kn. Primjećuje se: kod dekurzivnog ukamaćivanja (**Primjer 2.**) uz iste uvjete kamate su iznosile 2.000 kn.

Primjer 8.

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$q = 3$.

Iz formule (6):

$$C_8 = C_0 \frac{100}{100 - n \cdot q} = 10000 \cdot \frac{100}{100 - 8 \cdot 3} = 13157{,}90 .$$

Konačni iznos na kraju osme godine je 13.157,90 kn.

Ukupne kamate se izračunaju prema formuli (5):

$$\bar{I} = \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100} = \frac{13157{,}90 \cdot 8 \cdot 3}{100} = 3157{,}90 .$$

Isti iznos može se jednostavnije dobiti iz formule:

$$\bar{I} = C_n - C_0 = 13157{,}90 - 10000 = 3157{,}90 .$$

Ukupne kamate uz navedene uvjete iznose 3.157,90 kn. Primjećuje se: kod dekurzivnog ukamaćivanja (**Primjer 3.**) uz iste uvjete kamate su iznosile 2.400 kn. Razlika od 757,90 kn na osam godina je relativno velik iznos na posuđenih 10.000 kuna.

Primjer 9.

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$q = 5$.

Iz formule (6):

$$C_8 = C_0 \frac{100}{100 - n \cdot q} = 10000 \cdot \frac{100}{100 - 8 \cdot 5} = 16666{,}67 \text{ .}$$

Konačni iznos na kraju osme godine je 16.666,67 kn.

Ukupne kamate se izračunaju prema formuli (5):

$$\bar{I} = \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100} = \frac{16666{,}67 \cdot 8 \cdot 5}{100} = 6666{,}67 \text{ .}$$

Isti iznos može se jednostavnije dobiti iz formule:

$$\bar{I} = C_n - C_0 = 16666{,}67 - 10000 = 6666{,}67 \text{ .}$$

Ukupne kamate uz navedene uvjete iznose 6.666,67 kn. Primjećuje se: kod dekurzivnog ukamaćivanja (**Primjer 4.**) uz iste uvjete kamate su iznosile 4.000 kn.

Iz primjera je vidljivo koliko se kod anticipativnog ukamaćivanja iznos kamata rapidno povećava u odnosu na dekurzivan izračun kamata. Također je vidljivo koliko na iznos kamata utječe promjena kamatnjaka odnosno razdoblja ukamaćivanja.

<u>Primjer 10.</u>

Na koliko je godina uložen iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, ako je na kraju obračunskog razdoblja dužnik platio 15.550 kn? Koliko iznose ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, jednostavan i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$C_n = 15550$,

$p = 3$.

Iz formule (5):

$$\bar{I} = \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100}$$

može se izvesti formula za broj godina:

$$n = \frac{100 \cdot \bar{I}}{C_n \cdot q}.$$

Najprije treba izračunati iznos ukupnih kamata:

$$\bar{I} = C_n - C_0 = 15550 - 10000 = 5550 .$$

Uvrštavanjem u formulu za broj godina dobiva se:

$$n = \frac{100 \cdot \bar{I}}{C_n \cdot q} = \frac{100 \cdot 5550}{15550 \cdot 3} = 11{,}9 .$$

Dakle, iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, posuđen je na 11,9 godina, a na kraju obračunskog razdoblja dužnik mora platiti 5.550 kn ukupnih kamata. Kod dekurzivnog obračuna kamata dužnik bi uz iste uvjete otplaćivao kamate od 5.500 kn 18,5 godina (**Primjer 5.**).

Tablica 1. Jednostavni obračun kamata

$C_0 = 10.000$		*Dekurzivni obračun kamata*		*Anticipativni obračun kamata*	
		$p = 3$	$p = 5$	$q = 3$	$q = 5$
$n = 4$	I	1.200	2.000	1.363,64	2.500
	C_n	11.200	12.000	11.363,64	12.500
$n = 8$	I	2.400	4.000	3.157,90	6.666,67
	C_n	12.400	14.000	13.157,90	16.666,67

Izvor: vlastita obrada autora

Iz gornje tablice vidljivo je kako za isti iznos početne vrijednosti (glavnice) promjena kamatnjaka i vremenskog razdoblja ukamaćivanja utječe na iznos ukupnih kamata i konačnu vrijednost. Uz jednake uvjete kreditiranja, iznos kamata koje dužnik mora platiti, uvijek je veći kod anticipativnog obračuna kamata. Anticipativni obračun kamata stoga je (uz jednake uvjete kreditiranja) nepovoljniji za dužnika od dekurzivnog obračuna kamata. Do tih razlika dolazi zbog toga što, iako su kamate kod jednostavnog obračuna kamate jednake u svakom razdoblju ukamaćivanja, kod dekurzivnog obračuna one se obračunavaju na kraju obračunskog razdoblja od glavnice s početka tog razdoblja, dok se kod anticipativnog ukamaćivanja kamate uvijek obračunavaju na početku razdoblja od glavnice s kraja razdoblja.

2.1.3. Jednostavno ispodgodišnje ukamaćivanje

Često je u praksi zadana dekurzivna godišnja kamatna stopa, a vrijednost kapitala treba izračunati za vrijeme kraće od jedne godine. Neka je m broj jednakih intervala na koji je podijeljena godina, p godišnja dekurzivna kamatna stopa, a p_m dekurzivna kamatna stopa za obračunsko razdoblje duljine $1/m$ tj. za *m*-ti dio godine (m = 2 pri polugodišnjem, 4 pri kvartalnom, 12 pri mjesečnom, 365 ili 366 pri dnevnom obračunu kamata).

Ispodgodišnja kamatna stopa mora biti tako definirana da konačna vrijednost kapitala uz primjenu jednostavnog ukamaćivanja bude jednaka, bez obzira je li jednom primijenjena godišnja stopa p ili je m puta primijenjena ispodgodišnja kamatna stopa p_m. Jednostavna dekurzivna ispodgodišnja kamatna stopa dobije se tako da se dekurzivna godišnja kamatna stopa podijeli s brojem jednakih dijelova na koje se dijeli godina. Vrijednost početnog kapitala C_0 nakon k ovakvih razdoblja jednaka je:[11]

$$C_{k,m} = C_0\left(1+\frac{k\cdot p_m}{100}\right) = C_0\left(1+\frac{k\cdot p}{m\cdot 100}\right).$$

Ukupne kamate iznose:

$$I = C_0 \cdot \frac{k\cdot p_m}{100}.$$

Tako primjerice, ako je obračunsko razdoblje mjesec, tada je $m=12$ i $p_m = \frac{p}{12}$, kamate računamo po formuli:

$$I = C_0 \cdot \frac{n_m \cdot p}{12\cdot 100},$$

gdje je n_m broj mjeseci na koji je posuđen kapital C_0.

Za obračun i izračunavanje jednostavnih kamata za dane upotrebljavaju se tri metode[12] :

1. **francuska metoda**: godina ima 360 dana, dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru, a za izračunavanje jednostavnih kamata koristi se razmjer

   $$C_0 : (360\cdot 100) = I : (p\cdot n_d),$$

   gdje je n_d broj dana na koji je posuđen kapital C_0,
2. **njemačka metoda**: godina ima 360 dana, svaki mjesec ima 30 dana, a za izračunavanje jednostavnih kamata upotrebljava se razmjer

   $$C_0 : (360\cdot 100) = I : (p\cdot n_d),$$

3. **engleska metoda**: godina ima 365 dana, (prestupna 366 dana), dani u mjesecima obračunavaju se prema kalendaru, a za izračunavanje jednostavnih kamata rabi se razmjer

   $$C_0 : (365\cdot 100) = I : (p\cdot n_d) \text{ ili } C_0 : (366\cdot 100) = I : (p\cdot n_d).$$

[11]Štambuk, Lj.: *Poslovna matematika I,* Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2009., str. 140. i 141.
[12]Relić, B.: *Gospodarska matematika*, Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, Zagreb, 1996. str. 67.

U gospodarskoj praksi naše zemlje najčešće se za obračun dana upotrebljava engleska metoda. Kroz sve tri metode u obračun ne uzima se prvi datum, dok se posljednji datum uračunava u broj dana.

Prema engleskoj metodi uzima se $m=365$ ili $m=366$, kamatnjak iznosi $p_m=\frac{p}{365}$ ili $p_m=\frac{p}{366}$, a kamate se računaju prema jednoj od formula:

$$I=C_0\cdot\frac{n_d\cdot p}{365\cdot 100} \text{ ili } I=C_0\cdot\frac{n_d\cdot p}{366\cdot 100}.$$

ovisno o tome da li je godina prestupna ili ne. Oznakom n_d obilježen je broj dana na koji je posuđen kapital C_0.

Primjer 11.

Kolike su jednostavne dekurzivne kamate na glavnicu od 15.000 kn posuđenu na razdoblje od 20. veljače do 17. svibnja 2014. godine uz godišnje kamate od 5%?

Rješenje:

Poznato je: $C_0=15000$, $p=5$.

Izračun broja dana: 8 (broj dana do kraja veljače, prvi dan se ne uračunava),

31 (broj dana u ožujku),

30 (broj dana u travnju),

17 (broj dana do17. svibnja uključujući i taj dan)

$n_d=8+31+30+17=86$.

Ukupne kamate su:

$$I=C_0\cdot\frac{n_d\cdot p}{366\cdot 100}=15000\cdot\frac{86\cdot 5}{365\cdot 100}=176{,}71.$$

2.2. Složeni kamatni račun

Kod složenog kamatnog računa kamate u svakom sljedećem razdoblju računaju se na prethodnu vrijednost uvećanu za kamate. Tako se, primjerice, kamate obračunate za prvo obračunsko razdoblje pribrajaju se početnoj vrijednosti, pa se u drugom obračunskom razdoblju obračunavaju kamate na početnu vrijednost uvećanu za kamate iz prvog razdoblja. U svakom sljedećem obračunskom razdoblju, kamate se obračunavaju na prethodnu vrijednost uvećanu za kamate. Stoga se složeni kamatni račun naziva i kamatno-kamatnim računom.[13]

Kao i kod jednostavnog kamatnog računa, obračun složenih kamata može biti dekurzivan ili anticipativan.

2.2.1. Dekurzivno ukamaćivanje kod složenog kamatnog računa

Početni kapital C_0 dan uz kamatnu stopu p na kraju prve godine ili na kraju prvog obračunskog razdoblja daje kamatu:

$$I_1 = \frac{C_0 \cdot p}{100},$$

a vrijednost kapitala jest:

$$C_1 = C_0 + \frac{C_0 \cdot p}{100} = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

Na kraju druge godine kamate iznose p% od glavnice iz prethodnog razdoblja, pa je:

$$I_2 = \frac{C_1 \cdot p}{100}.$$

Konačna vrijednost na kraju druge godine je:

$$C_2 = C_1 + I_2 = C_1 + \frac{C_1 \cdot p}{100} = C_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = C_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2.$$

[13] Štambuk Lj.: *Poslovna matematika I*, Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2009. str. 144.

Ako je kapital više godina pod istom kamatnom stopom *p*, tada se kamata na *n*-tu godinu računa na glavnicu iz (*n*-1)-ve godine uz kamatnu stopu *p* pa ona iznosi:

$$I_n = \frac{C_{n-1} \cdot p}{100}. \tag{7}$$

Krajnja vrijednost kapitala na kraju *n*-te godine jednaka je zbroju krajnje vrijednosti kapitala iz prethodne (*n*-1)-ve godine i kamate iz *n*-te godine odnosno

$$C_n = C_{n-1} + I_n. \tag{8}$$

S obzirom na formulu (7) može se napisati:

$$C_n = C_{n-1} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right),$$

a odavde je:

$$\frac{C_n}{C_{n-1}} = 1 + \frac{p}{100}.$$

Uvedemo li oznaku $r = 1 + \frac{p}{100}$, tada je $\frac{C_n}{C_{n-1}} = r$.

Pošto je p konstantna veličina, samim time je i r konstanta, pa krajnje vrijednosti kapitala $C_1, C_2, ..., C_n$ čine geometrijski niz s kvocijentom r [14]:

$$C_0 r, C_0 r^2, ..., C_0 r^n.$$

Opći, *n*-ti član tog iza je : $C_n = C_0 \cdot r^n$ odnosno:

$$C_n = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n. \tag{9}$$

Na taj način dobili smo formulu za izračunavanje krajnje vrijednosti kapitala za n godina uz kamatnu stopu p kod složenog dekurzivnog ukamaćivanja koja glasi:

$$C_n = C_0 \cdot r^n. \tag{10}$$

[14] Ibidem, str. 145.

Veličina r naziva **se dekurzivni kamatni faktor**, a predstavlja vrijednost jedne novčane jedinice zajedno s kamatama na kraju godine uz dekurzivno obračunavanje kamata. Izraz r^n nazivamo **faktor akumulacije**.[15]

Primjer 12.

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$p = 3$.

Dekurzivni kamatni faktor je $r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{3}{100} = 1{,}03$.

Koristeći formulu (9) odnosno (10) dobiva se:

$$C_4 = C_0 \cdot r^n = 10000 \cdot 1{,}03^4 = 11255{,}09 .$$

Konačni iznos kapitala na kraju četvrte godine je 11.255,09 kn.

Ukupne kamate iznose 1.255,09 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$I = C_4 - C_0 = 11255{,}09 - 10000 = 1255{,}09 .$$

Primjećuje se: kod jednostavnog dekurzivnog ukamaćivanja (**Primjer 1.**) uz iste uvjete kamate su iznosile 1.200 kn, a kod jednostavnog anticipativnog ukamaćivanja (**Primjer 6.**) bile su 1.363,64 kn. Usporedbom navedenih primjera vidi se da je za dužnika najpovoljniji jednostavni dekurzivni obračun kamata.

[15] Ibidem, str. 146.

Primjer 13.

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$p = 5$.

Dekurzivni kamatni faktor je $r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$.

Koristeći formulu (9) odnosno (10) dobiva se:

$$C_4 = C_0 \cdot r^n = 10000 \cdot 1{,}05^4 = 12155{,}06 .$$

Konačni iznos kapitala na kraju četvrte godine je 12.155,06 kn.

Ukupne kamate iznose 2.1255,06 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$I = C_4 - C_0 = 12155{,}06 - 10000 = 2155{,}06 .$$

Primjer 14.

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$p = 3$.

Dekurzivni kamatni faktor je $r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{3}{100} = 1{,}03$.

Koristeći formulu (9) odnosno (10) dobije se:

$$C_8 = C_0 \cdot r^n = 10000 \cdot 1{,}03^8 = 12667{,}70.$$

Konačni iznos kapitala na kraju osme godine je 12.667,70 kn.

Ukupne kamate iznose 2.667,70 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$I = C_8 - C_0 = 12667{,}70 - 10000 = 2667{,}70.$$

Primjer 15.

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$p = 5$.

Dekurzivni kamatni faktor je $r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$.

Koristeći formulu (9) odnosno (10) dobiva se:

$$C_8 = C_0 \cdot r^n = 10000 \cdot 1{,}05^8 = 14774{,}55.$$

Konačni iznos kapitala na kraju osme godine je 14.774,55 kn.

Ukupne kamate iznose 4.774,55 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$I = C_8 - C_0 = 14774{,}55 - 10000 = 4774{,}55.$$

Primjer 16.

Na koliko je godina uložen iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, ako je na kraju obračunskog razdoblja dužnik platio 15.550 kn? Koliko iznose ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složeni i dekurzivan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$C_n = 15550$,

$p = 3$.

Dekurzivni kamatni faktor je $r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{3}{100} = 1{,}03$.

Iz formule (10):

$$C_n = C_0 \cdot r^n$$

Dobiva se:

$$r^n = \frac{C_n}{C_0} .$$

Logaritmiranjem dobivenog izraza:

$$\log\left(r^n\right) = n \cdot \log r = \log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)$$

može se izvesti formula za izračunavanje broja godina kod složenog, dekurzivnog obračuna kamata:

$$n = \frac{\log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\log r} = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log r} .$$

Uvrštavanjem u formulu dobiva se:

$$n = \frac{\log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\log r} = \frac{\log\left(\frac{15550}{10000}\right)}{\log 1{,}03} = 14{,}94 .$$

Dakle, iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, posuđen je na 15 godina, a na kraju obračunskog razdoblja dužnik mora platiti 5.550 kn ukupnih kamata. Primjećuje se: kod jednostavnog dekurzivnog obračuna kamata dužnik bi uz iste uvjete otplaćivao kamate od 5.500 kn 18,5 godina (**Primjer 5.**).

Napomena: Ponekad je potrebno odrediti početni iznos C_0 koji bi, uložen uz kamatnu stopu p za određeno vremensko razdoblje n narastao na zadani iznos C_n. Postupak određivanja početne vrijednosti C_0 na osnovu poznate sadašnje odnosno vrijednosti neke buduće uplate C_n zove se **diskontiranje**[16].

Općenito, formula za određivanje početne vrijednosti kod složenog dekurzivnog ukamaćivanja jest:

$$C_0 = \frac{C_n}{r^n}.$$

Faktor $\frac{1}{r^n}$ zove se **diskontni kamatni faktor**.

2.2.2. Anticipativno ukamaćivanje kod složenog kamatnog računa

Kod složenog anticipativnog ukamaćivanja vrijednost C_0 na početku prvog razdoblja dobiva se ako se od vrijednosti na kraju prvog razdoblja C_1 oduzmu kamate.

$$C_0 = C_1 - \bar{I} = C_1 - \frac{C_1 \cdot q}{100} = C_1\left(1 - \frac{q}{100}\right) = C_1 \cdot \frac{100 - q}{100}.$$

Iz dobivenog izraza slijedi:

$$C_1 = C_0 \cdot \frac{100}{100 - q}.$$

Analogno vrijedi:

[16] Ibidem, str. 147.

$$C_2 = C_1 \cdot \frac{100}{100-q} = C_0 \cdot \frac{100}{100-q} \cdot \frac{100}{100-q} = C_0 \cdot \left(\frac{100}{100-q} \right)^2 .$$

Općenito je:

$$C_n = C_{n-1} \cdot \frac{100}{100-q}$$

što daje:

$$\frac{C_n}{C_{n-1}} = \frac{100}{100-q} .$$

Izraz $\frac{100}{100-q}$ naziva se **anticipativni kamatni faktor** i označava oznakom ρ

Može se pokazati da formula za izračunavanje krajnje vrijednosti kapitala C_n uz kamatnjak q kod složenog anticipativnog ukamaćivanja glasi[17]

$$C_n = C_0 \cdot \left(\frac{100}{100-q} \right)^n \tag{11}$$

odnosno

$$C_n = C_0 \cdot \rho^n . \tag{12}$$

Početna vrijednosti kod anticipativnog ukamaćivanja dobiva se iz izraza:

$$C_0 = \frac{C_n}{\rho^n} . \tag{13}$$

Primjer 17.

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i anticipativan.

[17]Ibidem, str. 148.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$q = 3$.

Anticipativni kamatni faktor je $\rho = \dfrac{100}{100-q} = \dfrac{100}{100-3} = 1{,}030927835$.

Koristeći formulu (12) dobiva se:

$$C_4 = C_0 \cdot \rho^n = 10000 \cdot 1{,}030927835^{\,4} = 11295{,}70 .$$

Konačni iznos kapitala na kraju četvrte godine je 11.295,70 kn.

Ukupne kamate iznose 1.295,70 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$\overline{I} = C_4 - C_0 = 11295{,}70 - 10000 = 1295{,}70 .$$

<u>Primjer 18.</u>

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju četvrte godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 4$,

$q = 5$.

Anticipativni kamatni faktor je $\rho = \dfrac{100}{100-q} = \dfrac{100}{100-5} = 1{,}052631579$.

Koristeći formulu (12) dobiva se:

$$C_4 = C_0 \cdot \rho^n = 10000 \cdot 1{,}052631579^4 = 12277{,}38 .$$

Konačni iznos kapitala na kraju četvrte godine je 12.277,38 kn.

Ukupne kamate iznose 2.277,38 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$\overline{I} = C_4 - C_0 = 12277{,}38 - 10000 = 2277{,}38 .$$

<u>Primjer 19.</u>

Ako se 10.000 kn oroči uz 3% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$q = 3$.

Anticipativni kamatni faktor je $\rho = \dfrac{100}{100-q} = \dfrac{100}{100-3} = 1{,}030927835$.

Koristeći formulu (12) dobiva se:

$$C_8 = C_0 \cdot \rho^n = 10000 \cdot 1{,}030927835^8 = 12759{,}28 .$$

Konačni iznos kapitala na kraju osme godine je 12.759,28 kn.

Ukupne kamate iznose 2.759,28 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$\overline{I} = C_8 - C_0 = 12759{,}28 - 10000 = 2759{,}28 .$$

Primjer 20.

Ako se 10.000 kn oroči uz 5% godišnjih kamata, kolika je konačna vrijednost uloženog iznosa na kraju osme godine? Kolike su ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složen i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$n = 8$,

$q = 5$.

Anticipativni kamatni faktor je $\rho = \dfrac{100}{100-q} = \dfrac{100}{100-5} = 1{,}052631579$.

Koristeći formulu (12) dobivamo:

$$C_8 = C_0 \cdot \rho^n = 10000 \cdot 1{,}052631579^{\,8} = 15073{,}40 .$$

Konačni iznos kapitala na kraju osme godine je 15.073,40 kn.

Ukupne kamate iznose 5.073,40 kn, a dobivene su uvrštavanjem u formulu:

$$\bar{I} = C_8 - C_0 = 15073{,}40 - 10000 = 5073{,}40 .$$

Primjećuje se: kod složenog dekurzivnog obračuna kamata uz iste uvjete (**Primjer 15.**) konačan iznos kapitala nakon iznosi 14.774,55 kn, ukupne kamate iznose 4.774,55 kn, što pokazuje da je za dužnika povoljniji dekurzivni obračun kamata.

Primjer 21.

Na koliko je godina uložen iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, ako je na kraju obračunskog razdoblja dužnik platio 15.550 kn? Koliko iznose ukupne kamate? Obračun kamata je godišnji, složeni i anticipativan.

Rješenje:

Poznato je: $C_0 = 10000$,

$C_n = 15550$,

$q = 3$.

Anticipativni kamatni faktor je $\rho = \frac{100}{100-q} = \frac{100}{100-3} = 1{,}030927835$.

Iz formule (12):

$$C_n = C_0 \cdot \rho^n$$

dobiva se:

$$\rho^n = \frac{C_n}{C_0}.$$

Logaritmiranjem dobivenog izraza:

$$\log(\rho^n) = n \cdot \log\rho = \log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)$$

može se izvesti formula za izračunavanje broja godina kod složenog, anticipativnog obračuna kamata:

$$n = \frac{\log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\log\rho} = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log\rho}.$$

Uvrštavanjem u formulu dobiva se:

$$n = \frac{\log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\log\rho} = \frac{\log\left(\frac{15550}{10000}\right)}{\log 1{,}030927835} = 14{,}49.$$

Dakle, iznos od 10.000 kn uz 3% godišnjih kamata, posuđen je na 14,5 godina, a na kraju obračunskog razdoblja dužnik mora platiti 5.550 kn ukupnih kamata. Primjećuje se: kod jednostavnog dekurzivnog obračuna kamata dužnik bi uz iste uvjete otplaćivao kamate od 5.500 kn 11,8 godina (**Primjer 10.**).

Tablica 2. Složeni obračun kamata

$C_0 = 10.000$		***Dekurzivni obračun kamata***		***Anticipativni obračun kamata***	
		$p = 3$	$p = 5$	$q = 3$	$q = 5$
$n = 4$	I	1.255,09	2.155,06	1.295,70	2.277,38
	C_n	11.255,09	12.155,06	11.295,70	12.277,38
$n = 8$	I	2.667,70	4.774,55	2.759,28	5.073,40
	C_n	12.667,70	14.774,55	12.759,28	15.073,40

Izvor: vlastita obrada autora

Iz gornje tablice vidljivo je kako za isti iznos početne vrijednosti (glavnice) promjena kamatnjaka i vremenskog razdoblja ukamaćivanja utječe na iznos ukupnih kamata i konačnu vrijednost. Uz jednake uvjete kreditiranja, iznos kamata koje dužnik mora platiti, uvijek je veći kod anticipativnog obračuna kamata. Anticipativni obračun kamata stoga je (uz jednake uvjete kreditiranja) nepovoljniji za dužnika od dekurzivnog obračuna kamata.

Tablica 3. Rezultati obračuna kamata za početnu vrijednost od 10.000 kn

$C_0 = 10.000$		***Jednostavni obračun kamata***				***Složeni obračun kamata***			
		Dekurzivni		***Anticipativni***		***Dekurzivni***		***Anticipativni***	
		$p=3$	$p=5$	$q=3$	$q=5$	$p=3$	$p=5$	$q=3$	$q=5$
$n=4$	I	1.200,00	2.000,00	1.363,64	2.500,00	1.255,09	2.155,06	1.295,70	2.277,38
	C_n	11.200,00	12.000,00	11.363,64	12.500,00	11.255,09	12.155,06	11.295,70	12.277,38
$n=8$	I	2.400,00	4.000,00	3.157,90	6.666,67	2.667,70	4.774,55	2.759,28	5.073,40
	C_n	12.400,00	14.000,00	13.157,90	16.666,67	12.667,70	14.774,55	12.759,28	15.073,40

Izvor: vlastita obrada autora

Iz navedenih primjera vidljivo je da je konačna vrijednost veća kod anticipativnog nego kod dekurzivnog ukamaćivanja. Kamate obračunate anticipativno uvijek su veće jer se obračunavaju od konačne vrijednosti za razliku od dekurzivnog obračuna gdje se računaju na početnu vrijednost. Dakle, za dužnika je povoljnije dekurzivno ukamaćivanje, a za kreditora anticipativno ukamaćivanje.

2.3. Nominalna, relativna i konformna kamatna stopa

Unaprijed propisnu (zakonom ili ugovorom) kamatnu stopu nazivamo **nominalna** ili **ugovorna** kamatna stopa. U praksi, nominalna kamatna stopa se najčešće odnosi na razdoblje od jedne godine, što znači da se radi o godišnjoj kamatnoj stopi. No, s druge strane, često se zahtijeva obračun kamata više puta tijekom godine, pa dolazi do potrebe preračunavanja godišnje kamatne stope u kamatnu stopu za neko kraće vremensko razdoblje. Primjerice, u slučaju da je zadana godišnja nominalna kamatna stopa i mjesečni obračun kamata svi se elementi obračuna kamata moraju izraziti u mjesecima tj. godišnja se kamatna stopa mora pretvoriti u mjesečnu[18].

U poglavlju 2.1.3. (Jednostavno ispodgodišnje ukamaćivanje) objašnjeno je da ukoliko se kapitaliziranje vrši n godina m puta godišnje (svaka godina je podijeljena na m obračunskih razdoblja), tada je broj ukupnih obračunskih razdoblja m puta veći tj. jednak $m \cdot n$.

Ostaje pitanje, kojom kamatnom stopom pripisati kamate za kraća (ili duža) vremenska razdoblja. Postoje dvije mogućnosti koje vode do pojmova relativne i konformne kamatne stope.[19]

Dakle, ako se vremenski interval koji se odnosi na nominalni kamatnjak i interval u kojem se obračunavaju kamate ne podudaraju onda se svi potrebni elementi obračuna kamata moraju izraziti u vremenskom intervalu u kojem se obračunavaju kamate.

2.3.1. Relativna kamatna stopa

Relativna kamatna stopa je m puta manja od nominalne, tj. jednaka je $\frac{p}{m}$. Kod računa s relativnom kamatnom stopom formula za krajnju vrijednost kapitala slijedi iz osnovne formule za krajnju vrijednost kapitala kod složenog dekurzivnog ukamaćivanja tako što će u njoj broj ukamaćivanja biti m puta veći odnosno jednak $n \cdot m$, a kamatna stopa m puta manja tj. jednaka $\frac{p}{m}$.

Uvrštavajući u formulu (9) dobiva se:

[18] Ibidem str. 150.
[19] Ibidem str. 151.

$$C_{n,m} = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{m \cdot 100}\right)^{n \cdot m} . \tag{14}$$

Oznaka $C_{n,m}$ označava krajnju vrijednost kapitala: za $m = 1$ pri godišnjem, $m = 2$ pri polugodišnjem; $m = 4$ pri kvartalnom, $m = 12$ pri mjesečnom; $m = 365\,(366)$ pri dnevnom obračunu kamata.

Primjer 22.

Uložen je iznos od 2.000 kn uz godišnju kamatnu stopu $p = 5$. Na koji će iznos ulog narasti za godinu dana uz primjenu relativne kamatne stope ako je:

a) obračun kamata godišnji,
b) obračun kamata kvartalni,
c) obračun kamata mjesečni?

Rješenje:

a) $n = 1,\ p = 5\ ,\ r = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05\ ,$

$$C_1 = C_0 \cdot r^1 = 2000 \cdot 1{,}05 = 2100$$

b) $n = 1,\ m = 4,\ p = 5,\ \frac{p}{m} = \frac{5}{4},$

$$C_{1,4} = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{m \cdot 100}\right)^{1 \cdot 4} = 2000 \cdot \left(1 + \frac{5}{4 \cdot 100}\right)^4 = 2000 \cdot 1{,}0125^4 = 2101{,}89$$

b) $n = 1,\ m = 12,\ p = 5,\ \frac{p}{12} = \frac{5}{12},$

$$C_{1,12} = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{m \cdot 100}\right)^{1 \cdot 12} = 2000 \cdot \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{12} = 2000 \cdot 1{,}004166^{12} = 2102{,}32$$

Iz izračuna vidljivo je da primjena relativne kamatne stope dovodi do povećanja kamata ukoliko se skraćuju razdoblja u kojima se obavlja obračun kamata.

2.3.2. Konformna kamatna stopa

Pod konformnom kamatnom stopom podrazumijeva se kamatna stopa koja na godišnjoj razini daje iznos kamata jednak iznosu kamata koji bi se dobio primjenom nominalne godišnje kamatne stope[20].

2.3.2.1. Konformna kamatna stopa kod dekurzivnog ukamaćivanja

Kod dekurzivnog ukamaćivanja, početna vrijednost C_0 narast će (uz kamatnu stopu p) za godinu dana na iznos $C_0 \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right)$. Ako se kamata obračunava m puta godišnje, tada će početna vrijednost C_0 uz kamatnu stopu p' za godinu dana porasti na $C_0 \cdot \left(1+\frac{p'}{100}\right)^m$.

Konformna kamatna stopa p' mora biti takva da su ta dva povećanja jednaka, tj.:

$$C_0 \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right) = C_0 \cdot \left(1+\frac{p'}{100}\right)^m .$$

Iz dobivene jednakosti slijedi:

$$\left(1+\frac{p}{100}\right) = \left(1+\frac{p'}{100}\right)^m$$

$$1+\frac{p'}{100} = \sqrt[m]{1+\frac{p}{100}}$$

$$p' = 100 \cdot \left(\sqrt[m]{1+\frac{p}{100}} - 1\right) = 100 \cdot \left(\sqrt[m]{r} - 1\right).$$

Ako se uvede oznaka r' (**konformni kamatni faktor**):

$$r' = \sqrt[m]{r} = \sqrt[m]{1+\frac{p}{100}} ,$$

formula za konformnu kamatnu stopu kod dekurzivnog ukamaćivanja glasi:

$$p' = 100 \cdot (r' - 1). \tag{15}$$

[20] Ibidem str. 152.

<u>Primjer 23.</u>

Ako je godišnja kamatna stopa 5, kolika je polugodišnja, kvartalna i mjesečna konformna stopa (na dvije decimale) kod dekurzivnog ukamaćivanja?

Rješenje:

$$p = 5\ ,\ r = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$$

Tablica 4. Polugodišnja, kvartalna i mjesečna konformna kamatna stopa

Obračunsko razdoblje	*Konformni kamatni faktor*	*Konformna kamatna stopa*
Polugodište $(m=2)$	$r' = \sqrt{r} = \sqrt{1{,}05} = 1{,}024695$	$p' = 100 \cdot (r' - 1) = 2{,}47$
Kvartal $(m=4)$	$r' = \sqrt[4]{r} = \sqrt[4]{1{,}05} = 1{,}012272$	$p' = 1{,}23$
Mjesec $(m=12)$	$r' = \sqrt[12]{r} = \sqrt[12]{1{,}05} = 1{,}004074$	$p' = 0{,}41$

Izvor: vlastita obrada autora

Primjećuje se da je kod dekurzivnog obračuna kamata konformna kamatna stopa za obračunsko razdoblje, koje je kraće od zadanog, uvijek manja od relativne kamatne stope za isto to razdoblje.

2.3.2.2. Konformna kamatna stopa kod anticipativnog ukamaćivanja

Analogno, kod anticipativnog obračuna kamata mora vrijediti:

$$\frac{100}{100-q} = \left(\frac{100}{100-q'}\right)^m ,$$

iz čega slijedi:

$$\frac{100}{100-q'} = \sqrt[m]{\frac{100}{100-q}} ,$$

$$100 - q' = \frac{100}{\sqrt[m]{\frac{100}{100-q}}} = 100 \cdot \sqrt[m]{\frac{100-q}{100}} ,$$

$$q' = 100 \cdot \left(1 - \sqrt[m]{\frac{100-q}{100}}\right) = 100 \cdot \left(1 - \sqrt[m]{\rho}\right).$$

Ako se uvede oznaka ρ' (**konformni kamatni faktor kod anticipativnog ukamaćivanja**):

$$\rho' = \sqrt[m]{\rho} = \sqrt[m]{\frac{100-q}{100}} \ ,$$

formula za **konformnu kamatnu stopu kod anticipativnog ukamaćivanja** glasi:

$$q' = 100 \cdot (1 - \rho'). \qquad (16)$$

<u>Primjer 24.</u>

Ako je godišnja kamatna stopa 5, kolika je polugodišnja, kvartalna i mjesečna konformna stopa (na dvije decimale) kod anticipativnog ukamaćivanja?

Rješenje:

$$q = 5 \ , \ \rho = \frac{100}{100-q} = \frac{100}{100-5} = 1{,}052632$$

Tablica 5. Polugodišnja, kvartalna i mjesečna konformna kamatna stopa

Obračunsko razdoblje	*Konformni kamatni faktor*	*Konformna kamatna stopa*
Polugodište $(m=2)$	$\rho' = \sqrt{\rho} = \sqrt{1{,}052632} = 1{,}025978$	$q' = 100 \cdot (1-\rho') = 2{,}60$
Kvartal $(m=4)$	$\rho' = \sqrt[4]{\rho} = \sqrt[4]{1{,}052632} = 1{,}012906$	$q' = 100 \cdot (1-\rho') = 1{,}29$
Mjesec $(m=12)$	$\rho' = \sqrt[12]{\rho} = \sqrt[12]{1{,}052632} = 1{,}004284$	$q' = 100 \cdot (1-\rho') = 0{,}43$

Izvor: vlastita obrada autora

Primjećuje se da su za ista vremenska razdoblja konformne kamatne stope kod anticipativnog ukamaćivanja više od konformnih kamatnih stopa kod dekurzivnog ukamaćivanja.

3. PRIMJENA KAMATNOG RAČUNA U PRAKSI

Hrvatski standardi financijskog izvještavanja od računovođa i financijskih praktičara u poduzećima zahtijevaju poznavanje obrazaca financijske matematike povezanih s kvantifikacijom vremenske vrijednosti novca. To je neophodno u razumijevanju i poslovanju s financijskim instrumentima, bilo da se radi o ulaganju u financijske instrumente ili o financiranju poduzeća.

U poslovnoj praksi jednostavni i složeni kamatni račun svoju praktičnu primjenu imaju u uobičajenim poslovnim situacijama - primanju i davanju pozajmica (kredita), najamnom odnosu u ulozi najmodavca i najmoprimca, ulaganju u obveznice i druge dužničke instrumente, diskontiranju mjenica, dugotrajnih potraživanja i obveza, obračunu zateznih kamata i sl.[21]

3.1. Kamatni račun u bankarskim poslovima

Kamatni račun najčešće se primjenjuje u bankarskim poslovima, i to prilikom obračuna kredita privatnim ili poslovnim subjektima. U ovom završnom radu na primjeru iz Raiffeisen banke Austria d.d. prikazat će se način obračuna koji ta Banka primjenjuje.

Pravilnikom o obračunu kamata i naknada za kamate se utvrđuju:

- vrste i karakteristike ugovaranja kamatnih stopa,
- izračun referentne kamatne stope[22],
- formiranje i promjene kamatnih stopa po nedospjelim ugovorima,
- metode i način obračuna te plaćanja kamata,
- način obračuna i plaćanja zateznih kamata[23],
- tretman pretplate.

---

[21] Edukacija.hr – klikom do znanja (https://www.google.hr/ 11.03.2015.)

[22] Referentna kamatna stopa - Euribor (euro interbank offered rate) je referentna kamatna stopa koja se utvrđuje na europskom međubankarskom tržištu. Utvrđuje se dnevno kao prosječna stopa po kojoj reprezentativne banke međusobno daju u zajam neosigurana novčana sredstva. Takva prosječna stopa kasnije se koristi kao referentni pokazatelj cijene novca te se koristi i izvan međubankarskog tržišta. I hrvatske banke kod kreditiranja koriste euribor kao fiksnu osnovicu cijene novca, na koju dodaju profitnu maržu. Promjenom euribora mijenja se i kamatna stopa, pa je time rizik promjene kamatne stope prebačen sa banke na dužnika. (http://www.moj-bankar.hr/Kazalo/E/Euribor 09.03.2015.)

[23] Zatezna kamata - Zatezne ili moratorne kamate sankcija su prema dužniku koji zakasni s ispunjenjem novčane obveze. Visina stope zatezne kamate utvrđuje se posebnim zakonom ili drugim propisima. Vrlo često se mijenja ovisno o stopi inflacije i gospodarskoj politici države. (http://limun.hr 09.03.2015.)

Banka u principu primjenjuje proporcionalnu metodu obračuna kamata po stvarnom broju dana s razdobljem ukamaćivanja od dana valute do jednog dana prije plaćanja, osim u poslovanju sa financijskim institucijama na tržištima sa specifičnim metodama ukamaćivanja. Obračuna efektivne kamatne stope[24] (EKS) Banka obavlja sukladno odluci Hrvatske narodne banke o jedinstvenom iskazivanju efektivne kamatne stope na kredite i depozite.[25]

3.2. Metode obračuna kamata i naknada

Banka obavlja obračuna kamate primjenom dekurzivne metode obračuna, osim na otkup mjenica i potraživanja, pri čemu se primjenjuje anticipativna metoda. Banka pri obračunu kamata koristi:

- proporcionalnu metodu[26],
- konformnu metodu.

3.3. Određivanje kamatne stope

Kamatne stope po kojima Banka obračunava kamate na korištena sredstva i na plasmane utvrđuju se ugovorom o depozitu ili kreditu, odnosno zaključnicom. Banka može ugovoriti četiri vrste redovnih kamatnih stopa:[27]

a) fiksne kamatne stope – kamatna stopa nije podložna promjenama tijekom ugovornog razdoblja, ugovaraju se za cijelo ugovorno razdoblje i ne mijenjaju se pri prijelazu iz jednog obračunskog razdoblja u drugo;
b) promjenjive kamatne stope – kamatna stopa je promjenjiva tijekom ugovornog razdoblja, a promjene se utvrđuju u pravilu na prvi dan obračunskog razdoblja,

[24] Efektivna kamatna stopa - Efektivna kamatna stopa (EKS) je kamatna stopa koja prikazuje koliko kredit klijenta stvarno košta, odnosno kolika je ukupna cijena kredita. Na visinu efektivne kamatne stope utječe osim redovne kamatne stope i visina naknada koje klijent plaća banci prilikom odobrenja kredita, dužina otplate kredita, visina eventualno potrebnog garantnog depozita ili udjela itd. Način izračuna EKS-a je jedinstven za sve banke, a propisala ga je Hrvatska narodna banka. (http://limun.hr/ 09.03.2015.)

[25] https://www.rba.hr/wps/publicweb/documents/10279/398586/Pravilnik+o+obra%C4%8Dunu+kamata+i+naknada str. 4. (09.03.2015)

[26] Kod proporcionalne metode kamata se obračunava primjenom sljedećih formula: kalendarski broj dana u mjesecu/kalendarski broj dana u godini (kalendarski znači stvarni broj dana u mjesecu i godini); kalendarski broj dana u mjesecu/360 dana u godini; 30 dana u mjesecu/360 dana u godini; kalendarski broj dana u mjesecu/365 dana u godini
https://www.rba.hr/wps/public-web/documents/10279/398586/Pravilnik+o+obra%C4%8Dunu+kamata+i+naknada str. 5. (09.03.2015)

[27] Ibid, str. 6.

- sastoji se od ugovornog parametra koji se uvećava/umanjuje za maržu (ugovornim odredbama potrebno je odrediti ugovorni parametar, kao i visinu kamatne marže);

c) portfeljno promjenjive kamatne stope – kamatna stopa je promjenjiva tijekom ugovornog razdoblja, a promjene se utvrđuju posebnom odlukom nadležnog tijela Banke za određeni portfelj[28] kredita/depozita;

d) plutajuće kamatne stope – kamatna stopa je promjenjiva tijekom ugovornog razdoblja i to u pravilu na prvi dan obračunskog razdoblja, ali može biti promijenjena i tijekom obračunskog razdoblja ili tek po isteku obračunskog razdoblja na temelju ostvarenih ugovorenih kriterija (određivanje unatrag),

- promjenjiva može biti osnovica za obračun, razdoblje obračuna ili visina kamatne stope pa je nije moguće odrediti unaprijed,

- ugovorom se utvrđuju parametri koji utječu na promjenu kamatnih stopa tijekom ugovornog razdoblja.

Visina kamatnih stopa određuje se na osnovu Odluke o kamatnim stopama. Odstupanje od te Odluke donosi Uprava banke ili tijelo koje Uprava delegira za donošenje odluka o promjeni. Kamatne stope ugovaraju se u postotku u odnosu na glavnicu, u pravilu se izražavaju na godišnjoj razini, iako se ponekad mogu izraziti i na mjesečnoj razini. Banka može odobriti bonus, koji predstavlja postotno smanjenje kamatne stope ili kamatne marže. Pravila za obračun bonusa Banka utvrđuje za svako pojedinačno obračunsko razdoblje po pojedinačnom ugovoru o kreditu. Banka odobrava bonus na kamatnu stopu prije početka obračunskog razdoblja.[29]

3.3.1. Vrste kamatnih stopa u poslovanju s građanima

Prema odredbama Zakona o potrošačkom kreditiranju ugovorene kamatne stope na kredite građana mogu biti promjenjive samo ako su parametri za izračun promjene neovisni od volje ugovornih strana.

[28] Portfelj - Zbirka financijske imovine koja pripada jednom vlasniku. Dobro diverzificiran portfelj sadrži mješavinu raznih instrumenata, poput dionica, bankovnih depozita, zlata i državnih obveznica. Institucije nude usluge upravljanja klijentima koji žele da njihovi portfelji budu oslobođeni problema. Institucija drži tu imovinu na sigurnome mjestu i obavlja poslove kao što su skupljanje dividendi, traženje prava ili bonus dionica. (http://www.moj-bankar.hr/Kazalo/P/Portfelj 09.03.2015.)

[29] https://www.rba.hr/wps/public-web/documents/10279/398586/Pravilnik+o+obra%C4%8Dunu+kamata+i+naknada str. 7. (09.03.2015)

Vrste kamatnih stopa u poslovanju s građanima su:

- promjenjiva kamatna stopa (varijabilna, individualna),
- portfeljno promjenjiva kamatna stopa,
- fiksna kamatna stopa.

Banka može ugovoriti sljedeće parametre za promjenu kamatnih stopa:

- referentne kamatne stope,
- trezorski zapisi[30],
- bazna kamatna stopa[31],
- eskontna stopa[32],
- nacionalna referentna stopa.

Promjenjive kamatne stope u poslovanju s građanima zaokružuju se na dva decimalna mjesta po matematičkim pravilima. Za kredite sa anuitetnim načinom otplate, obročnom otplatom te jednokratnom otplatom s mjesečnim plaćanjem kamatne stope mogu biti individualno ili portfeljno promjenjive. Za revolving kredite[33] po kreditnim karticama kamatne stope su fiksne za vrijeme trajanja pojedinog roka važenja limita, koji se odobrava u kunama na rok od jedne kalendarske godine, i to od 01. siječnja do 31. prosinca. Automatski se obnavlja na isti rok ukoliko korisnik kreditne kartice uredno podmiruje obveze. Kod oročenih depozita Banka ugovara fiksne kamatne stope na rok od tri godine.[34]

---

[30] Trezorski zapisi su vrijednosni papiri koje izdaje Ministarstvo Financija s rokovima dospijeća od 91, 182 i 364 dana sa denominacijom od 100.000,00 kuna. Upis trezorskih zapisa vrši se na aukcijama koje objavljuje Ministarstvo Financija Republike Hrvatske. Na te aukcije imaju pravo izaći samo domaće banke i domaće tvrtke. U primarnoj aukciji prodaju se uz diskont dok se kasnije s njima trguje na sekundarnom tržištu. (http://limun.hr 09.03.2015.)

[31] Bazna stopa (engl. base rate, njem. Eckzins) je promjenjiva kamatna stopa koja se primjenjuje na bankovne zajmove. Uobičajena je u Velikoj Britaniji gdje kamatnu stopu po kojoj odobravaju zajmove tamošnje poslovne banke nazivaju baznom stopom i ona tamo igra ulogu eskontne stope. (http://limun.hr 09.03.2015.)

[32] Eskontna kamatna stopa je ona kojom središnja banka utječe na ponudu i potražnju za novcem naziva se diskontna ili eskontna kamata. Temeljem visine ove kamate i drugih, prvenstveno tržišnih uvjeta formiraju se kamate na tržištu. Diskontna stopa je jedan od instrumenata monetarno-kreditne politike budući da se njezinom manipulacijom utječe na visinu novčanog optjecaja. (http://www.moj-bankar.hr/Kazalo/E/Eskontna-kamatna-stopa 09.03.2015.)

[33] Revolving kredit je sporazum po kojem kreditor stavlja određeni iznos novčanih sredstava na raspolaganje poduzeću, s tim da ih ono može koristiti u svakom trenutku u obliku kontinuiranih kratkoročnih kredita. Kredit se odobrava kao okvirni iznos. Svako korištenje smanjuje raspoloživa sredstva, a vraćanje kredita obnavlja ih do prvotnog okvirnog iznosa. Kreditor je dužan osigurati sredstva pozajmljivača na njegov prvi poziv. Za takvo osiguranje sredstava banka zaračunava commitment fee – naknadu za otvaranje kreditne linije, a dužnik ju je obavezan plaćati i onda kada ne koristi tako odobrena sredstva. (http://limun.hr 09.03.2015.)

[34] https://www.rba.hr/wps/public-web/documents/10279/398586/Pravilnik+o+obra%C4%8Dunu+kamata+i+naknada str. 8. (09.03.2015)

3.4. Krediti u RBA

RBA je prva strana banka koja je počela sredinom 90-tih godina operacije i donijela nove standarde u hrvatsko bankarstvo te ostvarila visoke stope rasta koje su joj donijele četvrtu poziciju po aktivi. Najpoznatiji proizvodi banke su Flexi tekući računi, Osigurane kombinirke te Flexi stambeni krediti. RBA je banka univerzalnog tipa sa paletom koja ide od korporativnih proizvoda, financijskih usluga stanovništvu i sl., a ima svoje poslovnice diljem Hrvatske.

RBA FLEXI stambeni kredit može se otplaćivati na Flexi otplatom, standardnom anuitetskom te obročnom otplatom.

Tablica 6. RBA Flexi stambeni kredit

Namjena	kupnja stana/obiteljske kuće, izgradnja obiteljske kuće, dovršenje, dogradnja, nadogradnja, rekonstrukcija i refinanciranje stambenog kredita	adaptacija stambenog objekta
Redovna kamatna stopa	**5,75%** za klijente Banke/klijente u postupku usmjeravanja primanja u RBA **6,25%** za ostale klijente	**6,25%** za klijente Banke/klijente u postupku usmjeravanja primanja u RBA **6,75%** za ostale klijente
Naknada za obradu kredita	0,75% iznosa kredita, maksimalno 5.000,00 HRK	
Rok otplate	**od 3 do 25 godina** za kredite do 25.000,00 EUR. **od 3 do 30 godina** za kredite od 25.001,00 do 200.000,00 EUR	**od 3 do 20 godina**

Izvor: Službene stranice Raiffesen Bank Austria www.rba.hr (10.03.2015.)

Redovna kamatna stopa je promjenjiva i iskazana je na godišnjoj razini, a sastoji se od promjenjivog dijela (u visini 12 mjesečnog EURIBOR-a koji na dan 29.09.2014. zaokruženo na dvije decimale iznosi 0,34%) i ugovorenog fiksnog dijela koji iznosi 5,91%, odnosno 6,41% za namjenu adaptacije stambenog objekta. Tako utvrđena kamatna stopa vrijedi jedno referentno razdoblje (12 mjeseci), a kamatnu stopu Banka može umanjiti za različite bonuse, npr. bonus za klijente koji svoja redovita primanja usmjeravaju na račun u Banci, koji trenutno iznosi 0,5 postotnih bodova. Efektivna kamatna stopa (EKS) već od 5,94%, uz primjenu redovne kamatne stope 5,75%, roka otplate od 360 mjeseci, naknade za obradu kredita u maksimalnom iznosu od 5.000,00 HRK, na dan 01.11.2014., za iznos kredita od 200.000 EUR i uz pretpostavku isplate kredita 01.11. i plaćanja interkalarne kamate do 30.11.2014.

RBA FLEXI nenamjenski kredit pogodan je za realizaciju poboljšanja u domu.

Tablica 7. RBA FLEXI nenamjenski kredit

Korisnici kredita	**Redovna fiksna kamatna stopa**	**Redovna promjenjiva kamatna stopa**	**Rok otplate u mjesecima**
klijenti Banke, klijenti u postupku prebacivanja primanja u RBA	od 6,16% do 7,18%	od 6,05% do 6,87%	24 - 48
	od 7,38% do 8,75%	od 7,08% do 8,60%	49 - 84
	od 8,87% do 9,40%	od 7,97% do 9,31%	85 - 120*
ostali klijenti	od 6,66% do 7,68%	od 6,55% do 7,37%	24 - 48
	od 7,88% do 9,25%	od 7,58% do 9,10%	49 - 84

*Pravo na kredit s rokom otplate dužim od 84 mjeseca ostvaruju isključivo klijenti Banke s najmanje 12 mjeseci redovitih primanja u RBA.

Izvor: Službene stranice Raiffeisen Bank Austria www.rba.hr (10.03.2015.)

Visina redovne kamatne stope utvrđuje se ovisno o roku otplate kredita, statusu i bonitetu[35] klijenta. Efektivna kamatna stopa (EKS) već od 7,20%, uz primjenu redovne kamatne stope 6,64%, roka otplate od 48 mjeseci, naknade za obradu kredita u maksimalnom iznosu od 1.000,00 HRK, na dan 01.11.2014., za iznos kredita od 20.000 EUR i uz pretpostavku isplate kredita 01.11.2014. i plaćanja interkalarne kamate[36] do 30.11.2014. godine.

Redovna promjenjiva kamatna stopa iskazana je na godišnjoj razini, a sastoji se od promjenjivog dijela (u visini 12 mjesečnog EURIBOR-a koji na dan 29.09.2014. zaokruženo na dvije decimale iznosi 0,34%) i ugovorenog fiksnog dijela. Visina fiksnog dijela ovisi o roku otplate kredita kako slijedi: za kredite s rokom otplate 24-48 mjeseci fiksni postotak iznosi od 6,21% do 7,03%, za kredite s rokom otplate 49-84 mjeseca fiksni postotak iznosi od 7,24% do 8,76%, a za kredite s rokom otplate 85-120 mjeseci fiksni postotak iznosi od 8,13% do 9,47%. Tako utvrđena kamatna stopa vrijedi jedno referentno razdoblje (12 mjeseci), a kamatnu stopu Banka može umanjiti za različite bonuse, npr. bonus za klijente koji svoja redovita primanja usmjeravaju na račun u Banci, koji trenutno iznosi 0,5 postotnih bodova.[37]

[35] Bonitet - poduzeće ima dobar bonitet ukoliko pravodobno podmiruje dospjele obveze ((http://limun.hr 11.03.2015.)

[36] Interkalarna kamata je dio ukupne redovne kamate koju korisnik kredita plaća banci, a specifična je kod otplate u mjesečnim anuitetima. To je kamata koja se plaća na iznos kredita za razdoblje od dana isplate kredita do dana kada se kredit stavlja u otplatu, a u RBA je to zadnji dan u mjesecu u kojem je kredit bio isplaćen. Na primjer ako se kredit isplaćuje 10-og u mjesecu, interkalarna kamata se plaća za 20 dana, a ako se kredit isplaćuje 25-og., interkalarna kamata se plaća samo za 5 dana. U daljnjoj otplati, kamata po kreditu je sastavni dio mjesečnih anuiteta. (http://limun.hr 11.03.2015.)

[37] http://www.rbapremium.hr/ (11.03.2015.)

4. ZAKLJUČAK

Kamate su premija ili nagrada onome tko daje novac na korištenje dužniku za posuđenu glavnicu na određeno vrijeme. Da bi se izračunalo koliko novaca dužnik treba vratiti na kraju određenog vremena koristi se kamatni račun, koji se zasniva na postotnom računu.

Obračun kamata može biti jednostavni (ako se kamate za svako razdoblje obračunavaju na istu vrijednost posuđene glavnice) ili složeni (ako se glavnica za izračun kamata u svakom obračunskom terminu mijenja). Ako se kamate obračunavaju na kraju razdoblja ukamaćivanja od glavnice (početne vrijednosti) s početka tog razdoblja govori se o dekurzivnom obračunu kamata. Ako se kamate obračunavaju na početku razdoblja ukamaćivanja od glavnice s kraja tog razdoblja (konačne vrijednosti) riječ je o anticipativnom obračunu kamata.

Na primjerima jednostavnog i složenog kamatnog računa, uz dekurzivni ili anticipativni obračun kamata, pojašnjene su razlike do kojih dolazi nakon promjena kamatnjaka i trajanja vremena ukamaćivanja.

Uz jednake uvjete kreditiranja, iznos kamata koje dužnik mora platiti, uvijek je veći kod anticipativnog obračuna kamata. Anticipativni obračun kamata stoga je nepovoljniji za dužnika od dekurzivnog obračuna kamata. Do tih razlika dolazi zbog toga što se kod dekurzivnog obračuna kamate obračunavaju na kraju obračunskog razdoblja od glavnice s početka tog razdoblja, dok se kod anticipativnog ukamaćivanja kamate uvijek obračunavaju na početku razdoblja od glavnice s kraja razdoblja.

U praksi, nominalna (ugovorena) kamatna stopa se najčešće odnosi na razdoblje od jedne godine, što znači da se radi o godišnjoj kamatnoj stopi. Često se zahtijeva obračun kamata više puta tijekom godine, pa dolazi do potrebe preračunavanja godišnje kamatne stope u kamatnu stopu za neko kraće vremensko razdoblje (kvartal, mjesec, dan…). Ako se vremenski interval koji se odnosi na nominalni kamatnjak i interval u kojem se obračunavaju kamate ne podudaraju onda se svi potrebni elementi obračuna kamata moraju izraziti u vremenskom intervalu u kojem se obračunavaju kamate.

Relativna kamatna stopa je m puta manja od nominalne i njezina primjena dovodi do povećanja kamata ukoliko se skraćuju razdoblja u kojima se obavlja obračun kamata. Konformna kamatna stopa je ona koja na godišnjoj razini daje iznos kamata jednak iznosu kamata koji bi se dobio primjenom nominalne godišnje kamatne stope. Kod dekurzivnog obračuna kamata konformna kamatna stopa za obračunsko razdoblje koje je kraće od zadanog uvijek je manja od relativne kamatne stope za isto to razdoblje. Primjećuje se da su za ista vremenska razdoblja, konformne kamatne stope kod anticipativnog ukamaćivanja više od konformnih kamatnih stopa kod dekurzivnog ukamaćivanja.

Na primjeru Raiffeisen Bank Austria d.d. ilustrirana je primjena metoda obračuna kamata i naknada.

LITERATURA

Knjige:

[1] Dabčević, A., Dravinac, N. et al: ***Primjena matematike za ekonomiste***, Informator, Zagreb, 1996.

[2] Pavlović, B.: ***Poslovna matematika I – Zbirka riješenih zadataka***, Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2009.

[3] Relić, B.: ***Gospodarska matematika***, Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, Zagreb, 1996.

[4] Šego, B.: ***Matematika za ekonomiste***, Narodne novine d.d., Zagreb, 2005.

[5] Štambuk, Lj.: ***Poslovna matematika I***, Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2009.

[6] Tevčić, M.: ***Predavanja iz Poslovne matematike I***, Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2012.

[7] Wasserbauer, B., Varičak, I.: ***Znanstveni i stručni rad – načela i metode***, Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2009.

Internet stranice:

[1] Moj-bankar.hr https://www.google.hr/

[2] Limun.hr - financije s vitaminom C http://limun.hr/

[3] Službene stranice Raiffeisen Bank Austria https://www.rba.hr/

POPIS TABLICA

Broj tablice	*Naslov tablice*	*Stranica*
Tablica 1.	Jednostavni obračun kamata	23
Tablica 2.	Složeni obračun kamata	38
Tablica 3.	Rezultati obračuna kamata za početnu vrijednost od 10.000 kn	39
Tablica 4.	Polugodišnja, kvartalna i mjesečna konformna kamatna stopa	43
Tablica 5.	Polugodišnja, kvartalna i mjesečna konformna kamatna stopa	44
Tablica 6.	RBA Flexi stambeni kredit	49
Tablica 7.	RBA Flexi nenamjenski kredit	50