

# Vozila koja koriste žiroskopski efekt

---

**Conjar, Velimir**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Karlovac University of Applied Sciences / Veleučilište u Karlovcu**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:128:266818>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-11**



**VELEUČILIŠTE U KARLOVCU**  
Karlovac University of Applied Sciences

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Karlovac University of Applied Sciences - Institutional Repository](#)



zir.nsk.hr



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

**VELEUČILIŠTE U KARLOVCU**  
**STROJARSKI ODJEL**  
**PROIZVODNO STROJARSTVO**

VELIMIR CONJAR

**VOZILA KOJA KORISTE ŽIROSKOPSKI EFEKT**

**ZAVRŠNI RAD**

Karlovac, 2015.



**VELEUČILIŠTE U KARLOVCU**  
**STROJARSKI ODJEL**  
**PROIZVODNO STROJARSTVO**

VELIMIR CONJAR

**VOZILA KOJA KORISTE ŽIROSKOPSKI EFEKT**

**ZAVRŠNI RAD**

MENTOR :

PREDAVAČ :

Dr. sc. Tihomir Mihalić

**KARLOVAC, 2014.**



## **VELEUČILIŠTE U KARLOVCU**

**Stručni/ specijalistički studij: strojarstvo**  
(označiti)

Usmjerenje: Proizvodno strojarstvo.....Karlovac,

**ZADATAK ZAVRŠNOG RADA :**

Student: Velimir Conjar    Matični broj: 0110609011

Naslov: Vozila koja koriste žiroskopski efekt

Opis zadatka: U završnom radu, nakon kratkog uvoda potrebno je u teorijskom dijelu obraditi žiroskopski efekt s posebnim naglaskom na utjecaj žiroskopskog efekta na vozila.

Nakon postavke zadatka obraditi nekoliko konkretnih primjera utjecaja žiroskopskog efekta na vozila, te napraviti analizu rezultata.

Na kraju napisati odgovarajući zaključak.

Završni rad urediti prema Pravilniku o završnim i diplomskim radovima na Veleučilištu u Karlovcu.

Zadatak zadan :                      Rok predaje rada :                      Predviđeni datum obrane :

20.08.2015.

20.09.2015.

30.09.2015.

Mentor :

Predsjednik ispitnog povjerenstva :

# IZJAVA

Izjavljujem da sam ja – student Velimir Conjar, OIB: 42904982727, matični broj: 0110609011, upisan kao absolvent akademske godine 2014./2015. radio ovaj rad samostalno koristeći se znanjem stečenim tijekom obrazovanja, navedenom literaturom te uz stručnu pomoć i vođenje dr.sc. Tihomira Mihalića kojem se ovim putem zahvaljujem.

Velimir Conjar :

---

## **SAŽETAK**

U ovom radu pojašnjeni su osnovni principi rada žiroskopa i žiroskopskog efekta. Navedena su vozila koja koriste žiroskopski efekt. Posebni naglasak je stavljen na utjecaj žiroskopskog efekta na stabilnost vozila. Također je objašnjen utjecaj žiroskopskog efekta u pojedinim uređajima koji neophodno dolaze uz neka vozila.

## **KLJUČNE RIJEČI:**

žiroskop, žiroskopski efekt, žiroskopski moment, žiroskopska inercija, žiroskopska precesija, žiroskopska nutacija, sferno gibanje, vozila

## **SUMMARY**

This paper clarified the basic principles of gyroscopes and gyroscopic effects. Mentioned are vehicles that use gyroscopic effect. Particular emphasis is placed on the influence of gyroscopic effect on vehicle stability. Also is explained the influence of gyroscopic effect of the devices in these vehicles.

## **KEY WORDS:**

gyroscope, gyroscopic effect, gyroscopic moment, gyroscopic inertia, gyroscopic precession, gyroscopic nutation, spherical movement, vehicles

# Contents

1. UVOD .....	1
2. OPĆI DIO .....	2
2.1. SFERNO GIBANJE MEHANIČKIH SISTEMA.....	2
2.1.1 EULEROVE KINEMATIČKE JEDNADŽBE .....	2
2.1.2. REZALOV TEOREM .....	5
2.1.3. EULEROVE DINAMIČKE JEDNADŽBE : .....	6
2.2. PRIBLIŽNA TEORIJA ŽIROSKOPSKIH POJAVA.....	8
2.2.1. OPĆENITO O ŽIROSKOPU.....	8
2.2.2. MEHANIČKI ŽIROSKOP .....	8
2.2.3 OSOBINE ŽIROSKOPA SA TRI STUPNJA SLOBODE GIBANJA.....	9
2.2.4. ŽIROSKOP S DVA STUPNJA SLOBODE GIBANJA .....	11
2.2.5. MEMS ŽIROSKOPI.....	13
2.2.6. ŽIROSKOP S OPTIČKIM VLAKNIMA.....	15
2.2.7. LASERSKI ŽIROSKOP .....	16
2.2.8. KRUTOST ŽIROSKOPA (ŽIROSKOPSKA INERCIJA).....	17
2.2.9. ŽIROSKOPSKA PRECESIJA.....	19
2.2.10. ŽIROSKOPSKA NUTACIJA .....	20
2.3. UTJECAJ ŽIROSKOPSKOG EFEKTA NA VOZILA .....	21
2.3.1. MOTOCIKL .....	21
2.3.2. AUTOMOBIL .....	24
2.3.3. AVION.....	26
2.3.4. BROD.....	28
3. POSTAVA ZADATKA .....	32
4. RAZRADA ZADATKA .....	33
4.1. STABILIZIRANJE AUTOMOBILA.....	33
4.2. STABILIZIRANJE BRODA .....	39



5. ZAKLJUČAK.....	41
6.LITERATURA .....	42

## POPIS SLIKA

- Slika 1: Sistem pri sfernom kretanju
- Slika 2: Brzina točke tijela pri sfernom kretanju
- Slika 3: Grafička interpretacija Rezalova teorema
- Slika 4: Tijelo pri sfernom kretanju
- Slika 5: Mehanički žiroskop
- Slika 6: Žiroskop koji ne rotira pod utjecajem sile
- Slika 7: Žiroskop koji brzo rotira pod utjecajem sile
- Slika 8: Neuravnotežen žiroskop koji djeluje pod utjecajem sile teže
- Slika 9: Primjeri izvedbi MEMS žiroskopa
- Slika 10: Žiroskop s optičkim vlaknima
- Slika 11: Plivajući žiroskop
- Slika 12: Žiroskopska precesija
- Slika 13: Žiroskopska nutacija
- Slika 14: Žiroskopski efekt izazvan prednjim kotačem tijekom skretanja
- Slika 15: Utjecaj žiroskopskog efekta na ravnotežu motocikla tijekom skretanja
- Slika 16: Žiroskopski efekt izazvan poprečno montiranim motorom tijekom skretanja
- Slika 17: Centrifugalna sila vozila u zavoju
- Slika 18: Žiroskopski moment
- Slika 19: Shema žiroskopskog automatskog pilota za stabilizaciju aviona oko poprečne osi
- Slika 20: Djelovanje žiroskopskog automatskog pilota
- Slika 21: Frahmov tank
- Slika 22: Schlickov žiroskop
- Slika 23: Shema titrajnog sistema sa dva stupnja slobode gibanja
- Slika 24: Sperryev girostabilizator
- Slika 25: Stabilnost vozila u zavoju
- Slika 26: Stabilnost vožnje i sigurnost upravljanja u slučajevima pogona i kočenja na prednjim i stražnjim kotačima
- Slika 27: Mjerenje opterećenja kotača vaganjem u horizontalnom položaju
- Slika 28: Mjerenje opterećenja kotača nagnutog vozila
- Slika 29: Osi kroz težišta vozila x,y i z oko kojih i u kojima dolazi do glavnih vibracija

Slika 30: Hornov labilitetni tank

Slika 31: Perajica girofin stabilizatora uvučena u kućište

POPIS OZNAKA

OZNAKA	MJERNA JEDINICA	ZNAČENJE
$\psi$	$^{\circ}$	kut precesije
$\varphi$	$^{\circ}$	kut rotacije
$\Theta$	$^{\circ}$	kut nutacije
$\Omega(\omega)$	$\frac{rad}{s} = s^{-1}$	kutna brzina
$v$	$\frac{m}{s}$	brzina
$\vec{L}$	$kgm^2s^{-1} = Nsm$	zamah
$M$	$kg\frac{m^2}{s^2} = \frac{N}{m}$	moment
$F$	$N$	sila
$a$	$\frac{m}{s^2}$	akceleracija
$I$	$kgm^2$	moment inercije
$D$	$m$	promjer
$r$	$m$	polumjer
$t$	$s$	vrijeme
$F_c$	$N$	centrifugalna sila
$a_c$	$\frac{m}{s^2}$	Coriolisovo ubrzanje
$m$	$kg$	masa tijela
$g$	$\frac{m}{s^2}$	gravitacijska konstanta
$G$	$N$	težina
$\rho$	$^{\circ}$	radijus
$\pi$	3.14159	Ludolfov broj

# 1. UVOD

Žiroskop (grčki yupo „okret“, i drevni grčki σκοπεω „promatrati“) je posebno izvedeno specijalno ovješeno tijelo. Obično je u obliku diska znatnije mase i momenta tromosti prema vlastitoj osi simetrije, a ovješeno je preko kardanova okvira. Žiroskop izvodi sferno gibanje. Kod sfernih gibanja tijelo rotira vrlo velikom kutnom brzinom u odnosu na malu precesiju. Do takvih gibanja dolazi kod složenih rotacija tijela. [6]

Najraniji poznati žiroskop izradio je Nijemac Bohnenberger 1817. godine. On ga je nazvao jednostavno „stroj“. Francuski matematičar Pierre-Simon Laplace, radeći u Politehničkoj školi u Parizu, preporučio je stroj za korištenje kao nastavno pomagalo. Tako ga je primijetio Leon Foucault. On je 1852. izveo eksperiment u kojem se vidjela rotacija Zemlje i dao mu današnje ime. U eksperimentu se vidjela rotacija Zemlje, iako je eksperiment bio neuspješan zbog trenja koje je ograničavalo svaki pokušaj na 8 do 10 minuta, što je bilo prekratko vrijeme za uviđanje značajnih pokreta. [6]

Prvi prototip žiromkompasa izveden je 1860-ih. Prvi funkcionalni morski žiromkompas napravljen je između 1905. i 1908. Napravio ga je Nijemac Hermann Anschutz Kampfa. U prvih nekoliko desetljeća 20. stoljeća razni znanstvenici su pokušavali iskoristiti žiroskop kao osnovu za prve navigacijske sisteme na osnovu crnih kutija stvaranjem stabilne platforme s koje bi se mogla raditi precizna mjerenja ubrzanja. Slični principi su kasnije iskorišteni u razvoju unutarnjih sistema navođenja za balističke rakete. [6]

Upotreba žiroskopa u vozilima je vrlo široka. Počevši od cestovnih vozila, motocikala i automobila, pomorskih vozila, brodova i jedrilica te zračnih aviona, letjelica i projektila. Također se koristi za razne instrumente koja ta vozila koriste. Posebno se to odnosi na inercijalni navigacijski sustav.

Vidljivo je da žiroskopski efekt ima veliki utjecaj u industriji, posebno u automobilskoj, vojnoj, svemirskoj i zrakoplovnoj što je razlog brzog razvoja i visokih performansi. Također se zbog svoje preciznosti žiroskopi koriste u kopanju tunela. Cilj ovog rada je pobliže objasniti žiroskopski efekt s posebnim naglaskom na njegov utjecaj na stabilnost i upravljanje vozilima. Također je potrebno spomenuti i razne uređaje preko kojih se taj efekt prenosi na već spomenuta vozila.

## 2. OPĆI DIO

### 2.1. SFERNO GIBANJE MEHANIČKIH SISTEMA

#### 2.1.1 EULEROVE KINEMATIČKE JEDNADŽBE

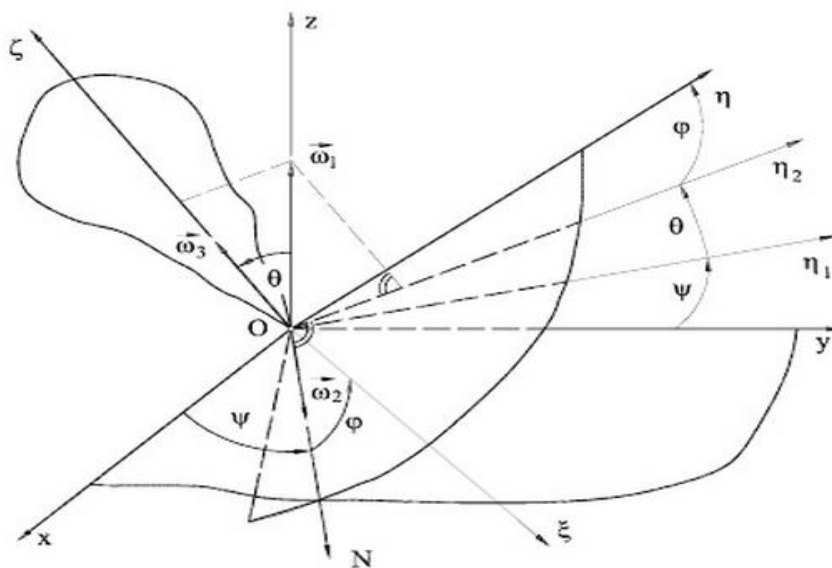
Sferno gibanje krutog tijela nastaje kad jedna točka na tijelu miruje, a sve ostale se gibaju oko te nepomične točke. Također, takvo gibanje nastaje i kada je tijelo vezano uz nepomičnu točku koja ne pripada tijelu ili se može zamisliti da takva veza postoji. Svaka točka krutog tijela ostaje u toku gibanja na jednakoj udaljenosti od nepomične točke oko koje se odvija sferno gibanje. Stoga putanje tih točaka leže na sfernim ploham čije je središte nepomična točka. Ako se koordinatno ishodište izabere u nepomičnoj točki oko koje se tijelo sferno giba. Tada je položaj tijela u svakom trenutku određen s tri Eulerova kuta:

$$\Psi = \Psi(t)$$

$$\varphi = \varphi(t)$$

$$\Theta = \Theta(t) \tag{2.1}$$

Tijelo pri takvom gibanju ima tri stupnja slobode gibanja. Kutevi  $\psi$ ,  $\varphi$ ,  $\vartheta$  predstavljaju zakrete oko tri međusobno okomite osi. [1]



Sl. 1. Sistem pri sfernom kretanju [1]

Pri okretanju krutog tijela oko nepomične točke 0 obično koristimo pokretni koordinatni sustav  $0\xi\eta\zeta$  koji je čvrsto vezan za tijelo i okreće se zajedno s njim. Kutna brzina ovog okretanja, odnosno njene projekcije na osi pokretnog koordinatnog sistema određena je  $0\xi\eta\zeta$  čvrsto vezanog za tijelo određena je izrazima

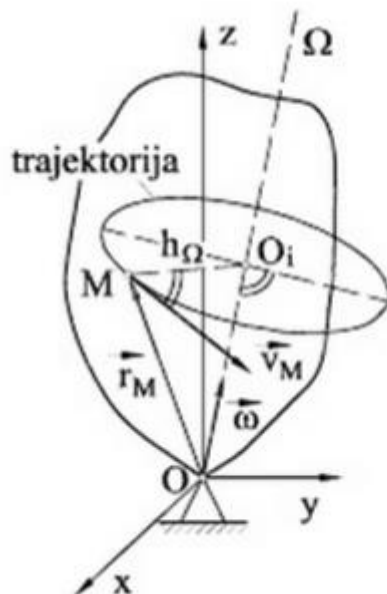
$$\omega_\xi = \omega_2 \cos\varphi + \omega_1 \sin\Theta \sin\varphi$$

$$\omega_\eta = \omega_1 \sin\Theta \cos\varphi - \omega_2 \sin\varphi$$

$$\omega_\zeta = \omega_3 + \omega_1 \cos\Theta \tag{2.2}$$

gdje su  $\omega_1 = \frac{d\psi}{dt}$ , kutna brzina precesije,  $\omega_2 = \frac{d\theta}{dt}$ , kutna brzina nutacije,  $\omega_3 = \frac{d\varphi}{dt}$ , kutna brzina rotacije. Ove jednadžbe se nazivaju Eulerove kinematičke jednadžbe. One izražavaju zavisnost između projekcija kutne brzine na pokretne koordinatne osi, Eulerovih kutova i njihovih izvoda po vremenu.

Proizvoljna točka M krutog tijela, pri sfernom kretanju, koja se nalazi na udaljenosti  $h_\Omega$  od trenutne okretne osi, ima pri okretanju kutnu brzinu  $\omega$ , brzinu  $v_M$ , čiji intenzitet iznosi  $v_m = h_\Omega \cdot \omega$ . [1]



Sl.2 Brzina točke tijela pri sfernom kretanju [1]

Projekcija ove brzine na os pokretnog koordinatnog sistema  $O\xi\eta\zeta$  bit će

$$v_\xi = \omega_\eta \zeta_M - \omega_\zeta \eta_M$$

$$v_\eta = \omega_\zeta \xi_M - \omega_\xi \zeta_M$$

$$v_\zeta = \omega_\xi \eta_M - \omega_\eta \xi_M \quad (2.3)$$

gdje su  $\xi_M$ ,  $\eta_M$ ,  $\zeta_M$  koordinate promatrane točke u pokretnom koordinatnom sustavu.[1]

Za određivanje kretanja krutog tijela uspostavlja se uzajamna veza između projekcije kutne brzine i vanjskih sila koje djeluju na tijelo. Koristit ćemo odnos između momenta količine gibanja i vanjskih sila i primijeniti zakon o promjeni momenta količine gibanja krutog tijela za nepomičnu točku O, u obliku :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_O^{F_i} \quad (2.4.)$$

Ako na tijelo ne djeluju nikakve vanjske sile, moment količine gibanja  $L_O$  se ne mijenja, a kruto tijelo se okreće oko nepomične točke ravnomjerno. U svakom drugom slučaju moment količine gibanja se mijenja s vremenom. [1]

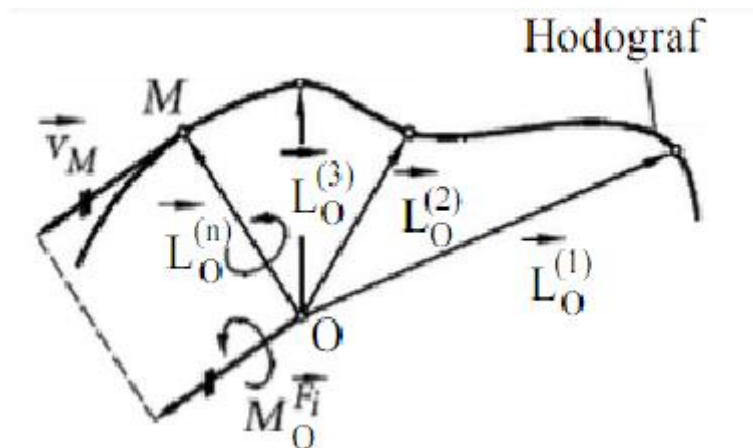


## 2.1.2. REZALOV TEOREM

Radi lakšeg shvaćanja smisla izvoda  $\frac{d\vec{L}_0}{dt}$ , prisjetimo se da vektor brzine  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  kao izvod vektora  $\vec{r}$  po vremenu ima pravac tangente na putanju pokretne točke, odnosno na hodograf vektora položaja, a da vektor ubrzanja  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  kao izvod vektora brzine po vremenu ima pravac tangente na hodograf vektora brzine. Slično se može prikazati i da je izvod momenta količine gibanja po vremenu predstavljen apsolutnom brzinom kraja M vektora  $\vec{OM}$ . Brzina vrha vektora momenta količine gibanja po njegovom hodografu je

$$\vec{v}_M = \frac{d\vec{L}_0}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_0^{F_i} \quad (2.5)$$

što predstavlja Rezalov teorem. [1]



Sl.3 Grafička interpretacija Rezalova teorema [1]

### 2.1.3. EULEROVE DINAMIČKE JEDNADŽBE :

Pri okretanju krutog tijela oko nepomične točke 0, izvod po vremenu količine kretanja  $\vec{L}_0$  jednak je momentu vanjskih sila za tu točku

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \sum_{i=1}^n M_0^{Fi} \quad (2.6)$$

Usvajamo dva koordinatna sistema: nepokretni 0xyz i pokretni 0ξηζ kruto vezan za tijelo. Razložiti ćemo vektor momenta količine gibanja u pravcu osi pokretnog sistema.

$\vec{L}_0 = L_\xi \vec{\lambda} + L_\eta \vec{\mu} + L_\zeta \vec{v}$  imajući na umu da je:

$$\vec{\omega} = \omega_\xi \vec{\lambda} + \omega_\eta \vec{\mu} + \omega_\zeta \vec{v}$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_0^{Fi} = \sum_{i=1}^n M_{0\xi}^{Fi} \vec{\lambda} + \sum_{i=1}^n M_{0\eta}^{Fi} \vec{\mu} + \sum_{i=1}^n M_{0\zeta}^{Fi} \vec{v}$$

Ako primijenimo zakon o promjeni momenta količine gibanja

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}_0}{dt} &= \frac{d}{dt} (L_\xi \vec{\lambda} + L_\eta \vec{\mu} + L_\zeta \vec{v}) = \\ &= \frac{dL_\xi}{dt} \vec{\lambda} + \frac{dL_\eta}{dt} \vec{\mu} + \frac{dL_\zeta}{dt} \vec{v} + L_\xi \frac{d\vec{\lambda}}{dt} + L_\eta \frac{d\vec{\mu}}{dt} + L_\zeta \frac{d\vec{v}}{dt} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\text{gdje su } \frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{\lambda}; \quad \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{\mu}; \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{v} \quad (2.8)$$

I kada uvedemo odgovarajuće projekcije brzine točke M u relativnom i prijenosnom kretanju u pretpostavci da su glavne osi inercije ξ,η,ζ, tj. x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>,z<sub>1</sub> dobit ćemo :

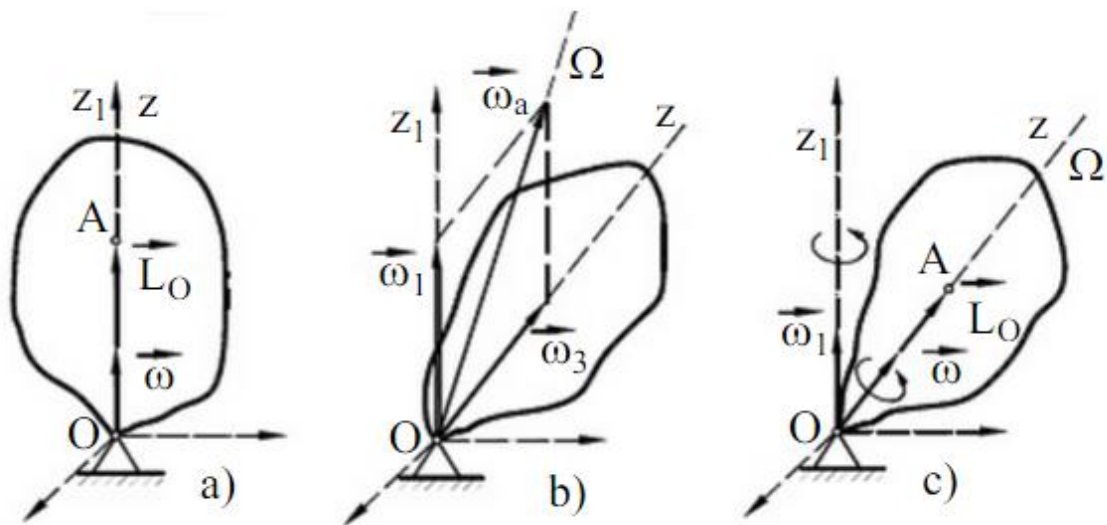
$$\begin{aligned} I_{x1} \frac{d\omega_{x1}}{dt} + \omega_{y1} \omega_{z1} (I_{z1} - I_{y1}) &= M_{x1} \\ I_{y1} \frac{d\omega_{y1}}{dt} + \omega_{z1} \omega_{x1} (I_{x1} - I_{z1}) &= M_{y1} \\ I_{z1} \frac{d\omega_{z1}}{dt} + \omega_{x1} \omega_{y1} (I_{y1} - I_{x1}) &= M_{z1} \quad \text{gdje su} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$I_{x1}, I_{y1}, I_{z1}$  .....momenti inercije tijela za njegove glavne osi rotacije

$M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}$  ..... projekcije glavnog momenta vanjskih sila, za točku 0, na osi x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>,z<sub>1</sub>

$\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$  ..... projekcije vektora kutne brzine na osi x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>,z<sub>1</sub>

Ove jednadžbe je prvi izveo Euler 1758. godine i one se nazivaju Eulerove dinamičke jednadžbe. Ako su poznati početni uvjeti kretanja, tj. početni položaj i početna kutna brzina tijela, integriranjem Eulerovih dinamičkih jednadžbi i kinematičkih jednadžbi mogu se odrediti projekcije  $\omega_{x1}$ ,  $\omega_{y1}$ ,  $\omega_{z1}$  kutne brzine, a zatim i zakon gibanja. [1]



Sl. 4. Tijelo pri sfernom kretanju [1]

## 2.2. PRIBLIŽNA TEORIJA ŽIROSKOPSKIH POJAVA

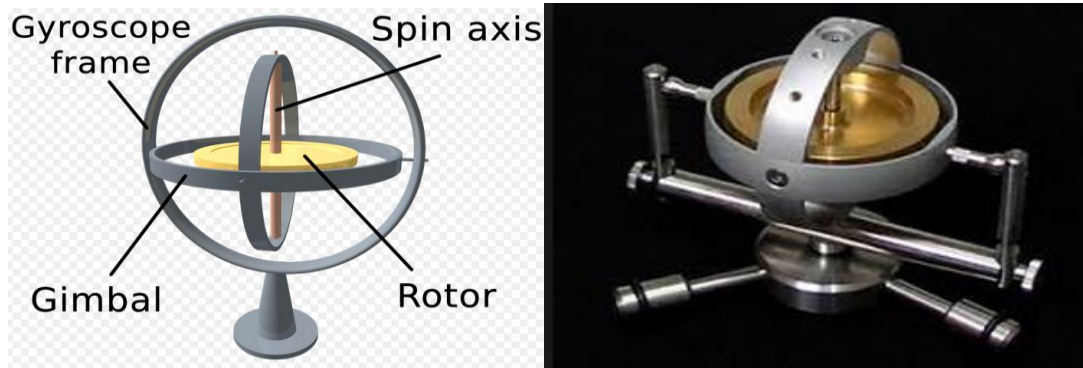
### 2.2.1. OPĆENITO O ŽIROSKOPU

Žiroskop je svako kruto tijelo koje relativno brzo rotira oko svoje osi materijalne simetrije, dok ta os ima jednu nepomičnu točku i mijenja pravac u prostoru. Kutna brzina tijela je mnogo veća od kutne brzine osi tijela. Prema tome u općenitom slučaju žiroskop radi sferno gibanje. Najčešće korišteni tipovi žiroskopa koji se danas upotrebljavaju su:

- Mehanički
- Žiroskop s tri stupnja slobode gibanja.
- Žiroskop s dva stupnja slobode gibanja
- Žiroskop s jednim stupnjem slobode gibanja
- MEMS (mikro obrađeni elektro mehanički žiroskop)
- Žiroskop s optičkim vlaknima
- Laserski žiroskop. [6]

### 2.2.2. MEHANIČKI ŽIROSKOP

Mehanički žiroskop se sastoji od aksijalno simetričnog rotirajućeg zamašnjaka relativno velike mase (kotača), čija je osovina preko ležaja ovješena na pomični ili nepomični okvir. Masa kotača je simetrično raspoređena po obodu s obzirom na os vrtnje da bi se što manjom ukupnom masom postigao što veći moment tromosti, tj. kotač treba što više sličiti prstenu. Da bi se izbjegle vibracije, struktura kotača mora biti što homogenija, pa se za izradu najčešće rabi mjed, bronca ili željezo. [7]

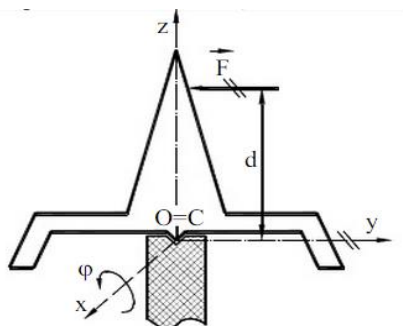


Sl.5 Mehanički žiroskop [6]

Kad je mehanički žiroskop podvrgnut rotaciji, kotač će zadržati konstantnu globalnu orijentaciju, a kutovi između susjednih kardana će se promijeniti. Za mjerenje orijentacije uređaja, kutovi između susjednih kardana se mogu očitati pomoću kutnih mjernih ticala. Karakteristika mehaničkih žiroskopa je ta što sadrže pomične dijelove. Ti dijelovi stvaraju trenje što izaziva da izlazni podaci kasne s vremenom. Za smanjenje tog nedostatka se koriste razna maziva što povećava cijenu samog uređaja. Mehaničkim žiroskopima je također potrebno neko određeno vrijeme da se zagriju što može biti problem u nekim situacijama. [7]

### 2.2.3 OSOBINE ŽIROSKOPA SA TRI STUPNJA SLOBODE GIBANJA

Važna osobina koju posjeduje žiroskop sa tri stupnja slobode gibanja je da se protivi promjeni pravca svoje osi u prostoru. Radi boljeg shvaćanja ove osobine, razmotrit ćemo jedan žiroskop čije se težište poklapa sa nepomičnom točkom.



Sl.6. žiroskop koji ne rotira pod utjecajem sile [1]

Ako na žiroskop djeluje sila, i on ne rotira oko svoje osi, tada je:

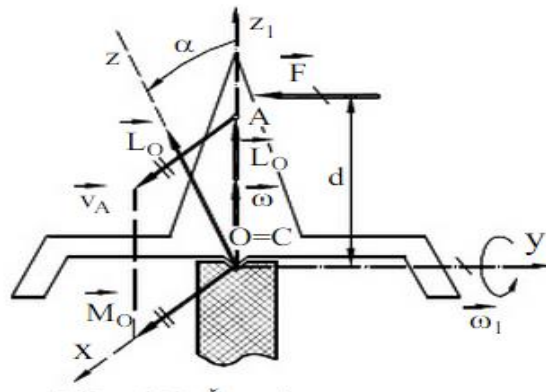
$$I_x \left( \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right) = F \cdot d \quad (2.10)$$

$$I_x \cdot \omega = F \cdot d \cdot t + I_x \omega_0$$

$$\varphi = \frac{F \cdot d}{2I_x} \cdot t^2 + \omega_0 t + \varphi_0 \quad (2.11)$$

Kada prestane djelovati sila, žiroskop će imati neku kutnu brzinu i dalje će se nastaviti gibati tom kutnom brzinom oko osi  $Ox$ .

$$\omega_{\varphi} = \frac{F \cdot d}{I_x} \cdot t_1 \quad (2.12)$$



Sl.7 Žiroskop koji brzo rotira pod utjecajem sile [1]

Razmotrit ćemo isti ovakav žiroskop pod djelovanjem sile, ali koji se vrlo brzo okreće oko svoje materijalne simetrije kutnom brzinom  $\vec{\omega}$  (Sl.7)

$$\vec{L}_Z = I_Z \vec{\omega} \quad (2.13)$$

koristimo zakon o promjeni momenta količine gibanja

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{M}_0^{FR} \quad (2.14)$$

$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \frac{d\vec{OA}}{dt} = \vec{v}_A$  gdje je  $\vec{v}_A$  brzina vrha vektora  $\vec{L}_0$ . Iz ove dvije jednačbe vidimo da je

$$\vec{v}_A = \vec{M}_0^{FR} \quad (2.15)$$

Ovdje zaključujemo da pod djelovanjem sile  $\vec{F}$  točka A i os  $Oz$ , ne kreće u ravnini  $yOz$ , što znači da će se os ovog žiroskopa pomaknuti u ravnini koja je normalna na ravninu djelovanja sile. Kada sila prestane djelovati, vanjski moment će postati jednak nuli, a time i brzina točke A. Tog trenutka će se prestat gibati i os žiroskopa. [1]

Os žiroskopa se okreće oko osi y kutnom brzinom  $\omega_1$  pri čemu je:

$$V_a = \overrightarrow{OA} \cdot \omega_1 = F \cdot d \quad (2.16)$$

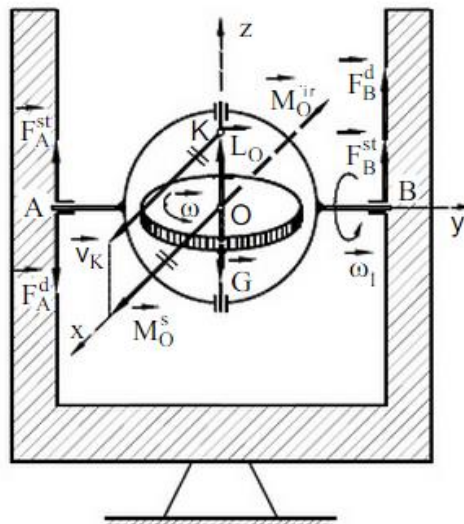
$$\omega_1 = \frac{F \cdot d}{OA} \quad (2.17)$$

$$\omega_1 = \frac{F \cdot d}{I_z \cdot \omega} \quad (2.18)$$

$\omega_1$  je kutna brzina precesije kojom os žiroskopa rotira oko osi koja je paralelna djelovanju sile. [1]

#### 2.2.4. ŽIROSKOP S DVA STUPNJA SLOBODE GIBANJA

Žiroskop sa dva stupnja slobode se može okretati u okviru kutnom brzinom  $\vec{\omega}$ , a okvir se može okretati u ležajevima A i B, kutnom brzinom  $\vec{\omega}_1$  (Sl.8).



Sl.8 Neuravnotežen žiroskop koji rotira pod djelovanjem sile teže [1]

Primijenit ćemo na žiroskop zakon o promjeni momenta količine gibanja  $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{M}_0^{FR}$ , te uzimajući u obzir da je  $\vec{L}_0 = I_z \vec{\omega}$  možemo pisati:

$$\left| \frac{d\vec{L}_0}{dt} \right| = |\vec{v}_K| = L_0 \omega_1 = I_z \omega \omega_1 = |\vec{M}_0^{FR}| = |\vec{M}_0^S|$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_0^{F_i} = \vec{M}_0^{FR} = \vec{M}_0^G + \vec{M}_0^{F_A^{st}} + \vec{M}_0^{F_B^{st}} + \vec{M}_0^{F_A^d} + \vec{M}_0^{F_B^d} \quad (2.19)$$

Zakon o kretanju centra inercije [1]

$$m\vec{a}_c = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^s = \vec{F}_R^s = 0$$

$$\vec{G} + \vec{F}_A^{st} + \vec{F}_B^{st} + \vec{F}_A^d + \vec{F}_B^d = 0$$

govori da se u osloncima A i B javljaju dodatne dinamičke reakcije. Također iz posljednjeg izraza slijedi da  $\vec{F}_A^d$  i  $\vec{F}_B^d$  čine spreg sila, tj. slijedi da je  $\vec{F}_A^d = -\vec{F}_B^d$ , dok je glavni moment sili jednak:

$$|\vec{M}_0^{FR}| = F_A^d \cdot \overline{AO} + F_B^d \cdot \overline{BO} = F_A^d \cdot AB = F_B^d \cdot AB \quad (2.20)$$

$$F_A^d = F_B^d = \frac{I_z \omega \omega_1}{AB} \quad (2.21)$$

Ukupne reakcije u točkama A i B osovine žiroskopa odredit ćemo vektorskim zbrojem statičkih i dinamičkih reakcija ležajeva A i B.

$$F_{Amin} = F_{Bmin} = \left| F_A^d - \frac{mg}{2} \right| = \left| F_A^{st} - F_A^d \right| = \left| \frac{G}{2} - \frac{I_z \omega \omega_1}{AB} \right| \quad (2.22)$$

$$F_{Amax} = F_{Bmax} = \left| F_A^d + \frac{mg}{2} \right| = \left| F_A^{st} + F_A^d \right| = \left| \frac{G}{2} + \frac{I_z \omega \omega_1}{AB} \right| \quad (2.23)$$

Zakonom akcije i reakcije, žiroskop djeluje na ležišta A i B silama  $\vec{F}_A^{zir}$  i  $\vec{F}_B^{zir}$  koje su istog pravca i intenziteta, a suprotnog smjera od dinamičkih reakcija  $\vec{F}_A^d$  i  $\vec{F}_B^d$  pa i te sile tvore spreg sile koji se naziva žiroskopski spreg sila. Moment toga sprega sila  $\vec{M}_0^{zir}$  jednak je po pravcu i intenzitetu momentu  $\vec{M}_0^{FR}$ , samo je suprotnog smjera od njega, tj.

$\vec{M}_0^{zir} = -\vec{M}_0^{FR}$  i naziva se **žiroskopski moment**. Nastajanje žiroskopskog momenta naziva se **žiroskopski efekt**. Žiroskopski moment se javlja uvijek kada se mijenja pravac okretne osi i ako se ta promjena događa vrlo brzo (velika  $\omega_1$ ) žiroskopski pritisci u ležajevima su višestruko veći od statičkih pritisaka, i radi toga se utjecaj žiroskopskih pritisaka mora uzeti u obzir. [1]



## 2.2.5. MEMS ŽIROSKOPI

MEMS žiroskopi su vibracijski žiroskopi. Oni se temelje na Coriolisovoj sili. Ona spada u prividne sile. Pojavljuje se kod složenih gibanja tijela. Djeluje na tijela koja se kreću unutar rotirajućeg sistema.

$$F_c = m \cdot a_c \quad (2.24)$$

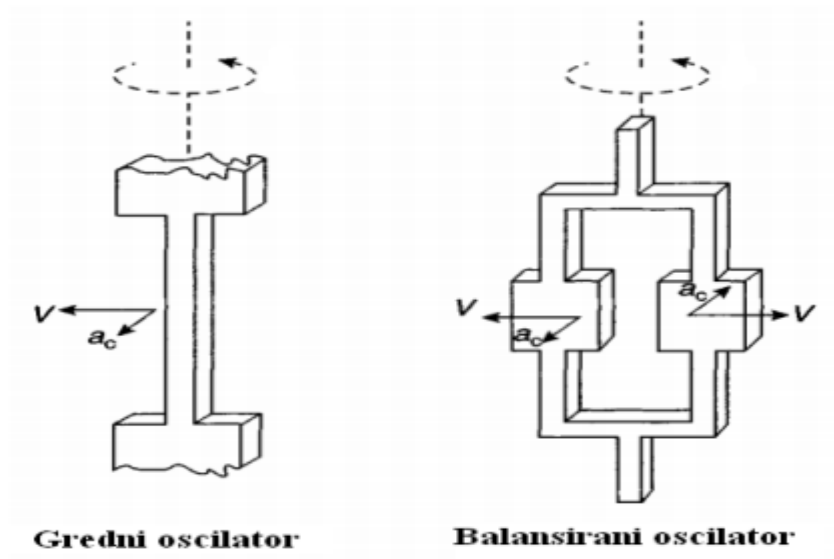
$$a_c = 2v_r \omega_p \sin \varphi \text{ gdje je} \quad (2.25)$$

$F_c$ .....Coriolisova sila

$a_c$ .....Coriolisovo ubrzanje

$m$ .....masa tijela. [4]

MEMS žiroskopi sadrže vibrirajuće elemente za mjerenje Coriolisovog efekta. Postoje mnoge geometrije vibrirajućeg elementa, a najjednostavnija se sastoji od mase koja vibrira oko pogonske osi. Kod ovakvih uređaja, senzori detektiraju silu koja djeluje na masu koja je podvrgnuta linearnom vibriranju u referentnom sustavu koji se rotira oko osi koja je okomita na os linearnog kretanja.



Sl.9. Primjeri izvedbi MEMS žiroskopa [7]

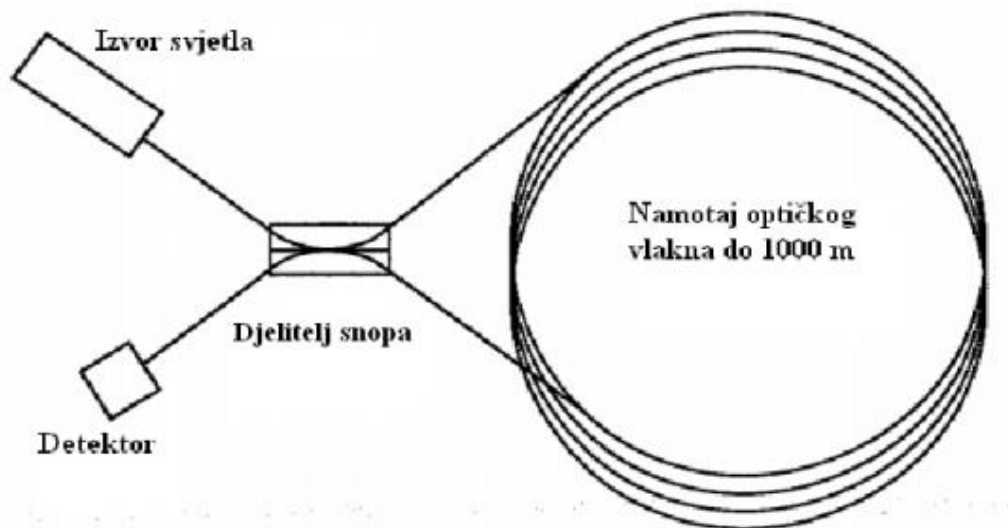
Kad je žiroskop zakrenut, induciraju se sekundarne vibracije oko okomite osjetilne osi zbog Coriolisove sile. Kutna brzina se može izračunati mjerenjem ove sekundarne vibracije. Trenutno se točnost MEMS žiroskopa ne može mjeriti sa optičkim ali se to od njih očekuje u budućnosti.

Prednosti ovakvog tipa žiroskopa u odnosu na mehaničke su:

- male dimenzije
- mala masa
- kruta konstrukcija
- niska potrošnja energije
- kratko vrijeme pokretanja
- visoka pouzdanost
- niski troškovi održavanja. [7]

## 2.2.6. ŽIROSKOP S OPTIČKIM VLAKNIMA

Kod žiroskopa s optičkim vlaknima svjetlost putuje od izvora do djelitelja koji snop dijeli na dva snopa međusobno jakih intenziteta, a tako dobiveni snopovi zatim ulaze u dugačko, višestruko namotano optičko vlakno na suprotnim krajevima. Kad svjetlosni snopovi prođu optičko vlakno i ponovno naiđu na djeliteľ snopa, jedan snop se nastavi prostirati natrag u izvor početnog snopa, a drugi u detektor. Intenzitet svjetlosti koja nailazi na detektor je mjera interferencije između snopa. Interferentni efekt je posljedica i rotacije optičkog vlakna oko osi okomite na ravninu u kojoj je postavljen. Optički žiroskopi koriste interferenciju svjetlosti za mjerenje kutne brzine. Ovakvi žiroskopi se sastoje od velike zavojnice od optičkih vlakana. Ako je senzor podvrgnut rotaciji, tada će zraka koja putuje u smjeru rotacije imati duži put do drugog kraja vlakna od zrake koja putuje u smjeru suprotnom od rotacije. To je poznato pod imenom Sagnac efekt. Kada zrake izlaze iz vlakana, one se kombiniraju. Pomak faze zbog Sagnacovog efekta uzrokuje da intenzitet interferencijom dobivene zrake ovisi o kutnoj brzini. To omogućava mjerenje kutne brzine mjerenjem intenziteta kombinirane zrake. [7]



Sl.10. Žiroskop s optičkim vlaknima [7]

## 2.2.7. LASERSKI ŽIROSOP

Laserski žiroskop također koristi Sagnacov efekt. Razlika između ovih i optičkih žiroskopa je ta da se laserske zrake usmjeravaju u zatvorenu putanju pomoću zrcala, a ne optičkim vlaknima. [7]

## 2.2.8. KRUTOST ŽIROSKOPA (ŽIROSKOPSKA INERCIJA)

Krutost žiroskopa je svojstvo da njegova glavna os (os rotacije) zadržava nepromijenjen položaj u prostoru. Suprotstavlja se svim vanjskim silama koje nastoje zakrenuti os kotača. Fizikalno je opisana momentom količine gibanja (zamahom). Zamah je to veći što je veća masa kotača, brzina vrtnje i polumjer rotacije, tj. udaljenost mase zvrka od središta rotacije. Radi povećanja žiroskopske inercije rabe se materijali što je moguće veće gustoće. [1]

$$L = I \cdot \omega \text{ gdje je} \quad (2.26)$$

$I$  .....moment inercije rotora zvrka

$\omega$ ..... kutna brzina zvrka

Moment inercije zvrka je ovisan o masi zvrka i polumjeru zvrka

$$I = m \cdot r \quad (2.27)$$

Obzirom da zvrk ima oblik kružnog prstena s unutrašnjim polumjerom ( $r_1$ ) i vanjskim polumjerom ( $r_2$ ) srednji je polumjer zvrka

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (2.28)$$

Kutna brzina ( $\omega$ ) ovisi o broju okretaja u minuti ( $n$ )

$$\omega = 2\pi n \quad (2.29)$$

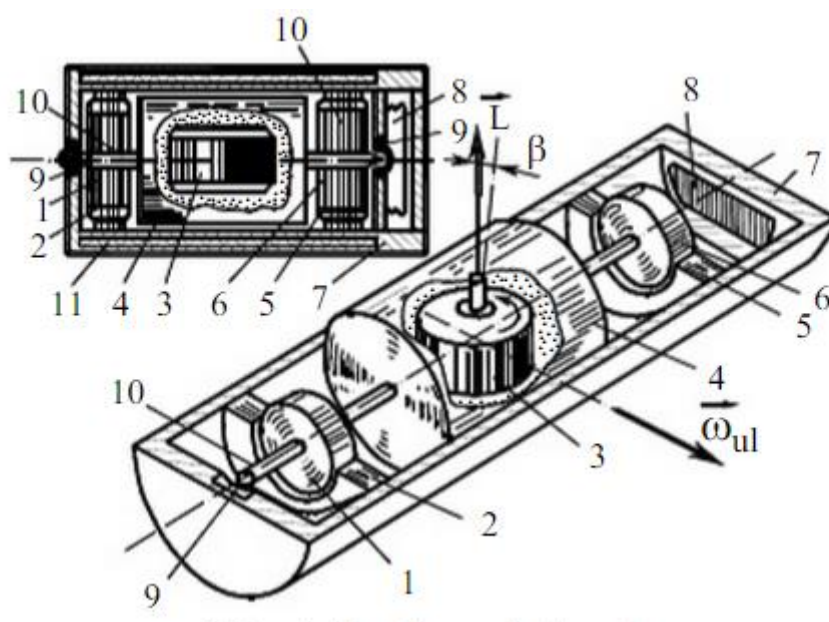
Uvrštavanjem se dobije moment količine gibanja zvrka

$$L = I\omega = m \frac{r_1 + r_2}{2} \cdot 2\pi n = m(r_1 + r_2)\pi n$$

Ako se broj okretaja izrazi u sekundama

$$L = \frac{m(r_1 + r_2)\pi n}{60} \quad (2.30)$$

Za povećanje okretanja rotora, odnosno smanjenje opterećenja ležaja koriste se plivajući žiroskopi. Kod ovakvih žiroskopa rotor je smješten u hermetički zatvorenu kutiju, koja je ispunjena tekućinom, pri čemu je tekućina iste gustoće kao i plovak, tako da postoji vrlo mala sila trenja. Nedostatak plivajućih žiroskopa je zagrijavanje tekućine tokom rada pa se narušava ovjes plovka i pojavljuje se pritisak na ležajevima. [1]

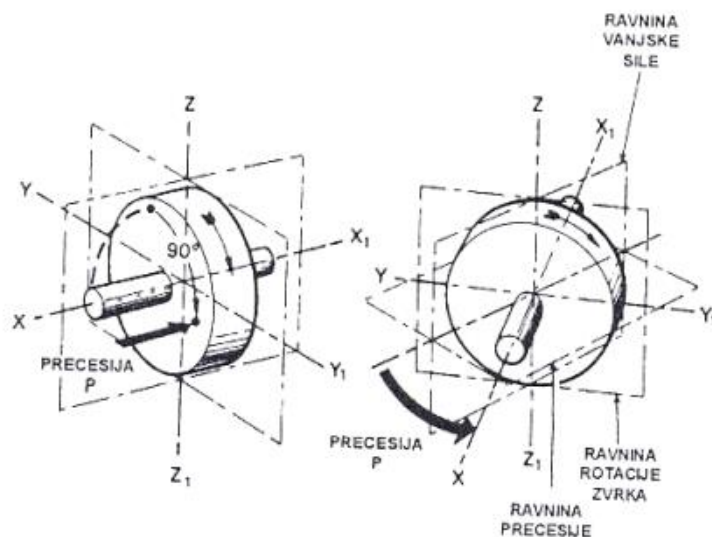


Sl.11. Plivajući žiroskop [1]

- 1 ..... rotor davača momenta
- 2 ..... stator davača momenta
- 3 ..... žiromotor
- 4 ..... plovak
- 5 ..... stator davača signala
- 6 ..... rotor davača signala
- 7 ..... tijelo
- 8 ..... kompenzator
- 9 ..... ležaj
- 10..... osovina plovka
- 11..... spirala grijača

## 2.2.9. ŽIROSKOPSKA PRECESIJA

Precesija je svojstvo žiroskopa da se pod utjecajem neke vanjske sile os rotacije otklanja za  $90^\circ$  od smjera djelovanja sile.

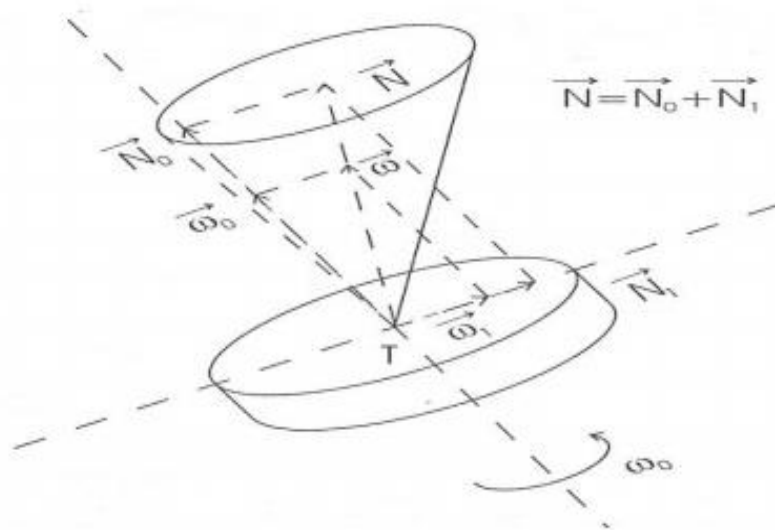


Sl.12. Žiroskopska precesija [7]

Smjer žiroskopske precesije možemo odrediti „pravilom ruke“ koje se u ovom slučaju još naziva i teorem Žukovskog. Prste lijeve ili desne ruke treba postaviti u pravcu okretanja žiroskopa i ispružiti kažiprst u pravcu sile koja djeluje na žiroskop. Palac će tada biti okrenut u smjeru precesije. [1]

## 2.2.10. ŽIROSKOPSKA NUTACIJA

Nutacija je svojstvo gibanja uravnoteženog slobodnog kotača oko bilo koje osi, osim oko glavne osi rotacije, pri čemu os simetrije kotača razmjerno velikom brzinom opisuje stožac ili čunj nutacije u odnosu na pravac precesije. Kut opisanog stošca malih je dimenzija, a samo nutacijsko gibanje u praksi se vrlo brzo prigušuje u samom žiroskopskom sustavu. [7]



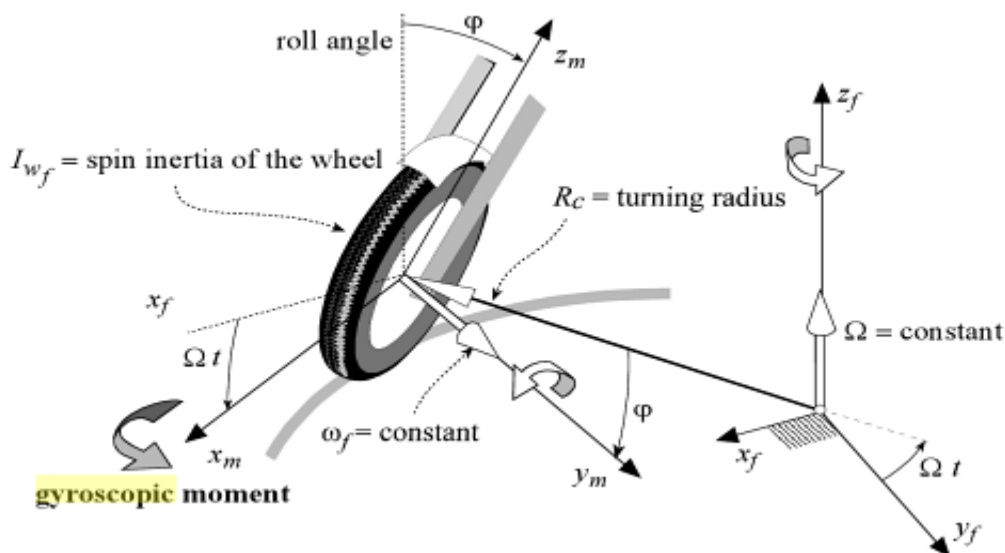
Sl.13. Žiroskopska nutacija [7]



## 2.3. UTJECAJ ŽIROSKOPSKOG EFEKTA NA VOZILA

### 2.3.1. MOTOCIKL

Žiroskopski efekt u motociklima može biti izazvan kotačima tijekom skretanja ili rotacijom motora koji može biti montiran uzdužno i poprečno. Prvo ćemo razmotriti samo prednji kotač koji rotira konstantnom brzinom dok prolazi kroz zavoj radijusa  $R_c$  konstantnom brzinom vilice  $\Omega$ . Gibanje kotača pri skretanju izaziva žiroskopski moment oko horizontalne osi koji izaziva efekt ravnjanja kotača. [5]



Sl.14. Žiroskopski efekt izazvan prednjim kotačem tijekom skretanja [5]

Vrijednost žiroskopskog momenta jednaka je umnošku zamaha  $L$  krutog tijela oko jedne osi umnoženog za kutnu brzinu tijela  $\Omega$  oko druge osi.

$$M_g \approx I_{w_f} \omega_f \Omega \cos \phi \quad (2.31)$$

Ovaj izraz vrijedi ako je kutna brzina vilice motocikla zanemarivo mala u odnosu na kutnu brzinu kotača. Ova pretpostavka je potvrđena u praksi jer je u većini slučajeva radijus skretanja mnogo veći od radijusa kotača.

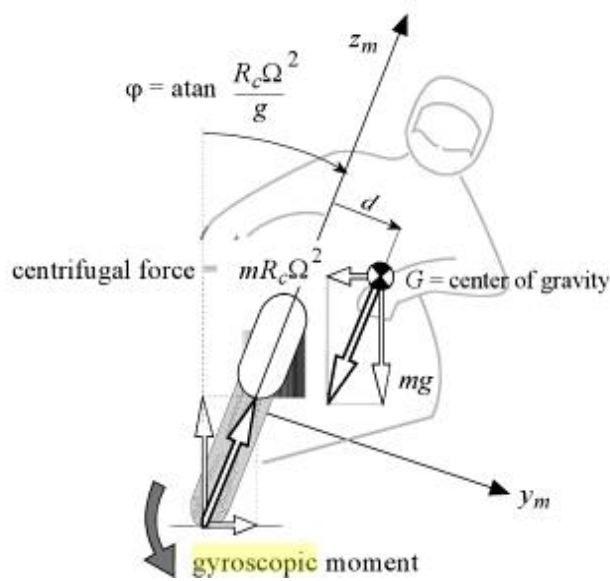
Ako gledamo efekt na oba kotača i zanemarimo činjenicu da kotači imaju drugačiji kut nagiba i smjer tijekom skretanja izraz žiroskopskog momenta bi glasio

$$M_g \approx (I_{w_f} \omega_f + I_{w_r} \omega_r) \Omega \cos \phi = I_{\omega} \omega \Omega \cos \phi \quad (2.32)$$

Zanemarivanjem žiroskopskog efekta i debljine kotača idealan kut nagiba za motocikl tijekom skretanja je dan jednostavnom jednadžbom.

$$\varphi = \arctg\left(\frac{R_c \Omega^2}{g}\right) \quad (2.33)$$

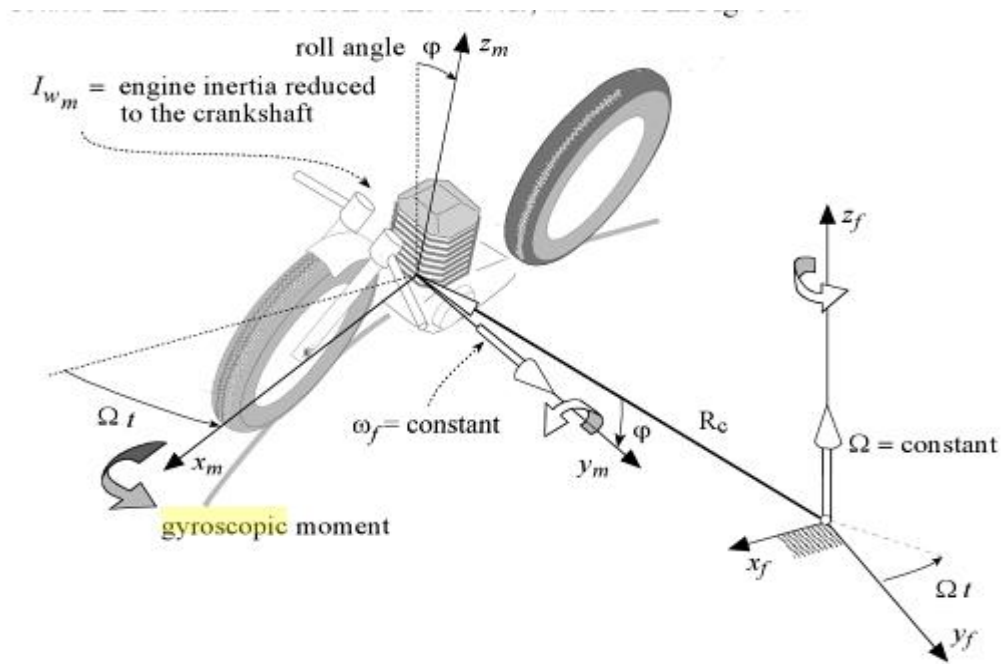
Kao što vidimo žiroskopski efekt u kotačima tijekom skretanja nastaje radi momenta ispravljanja. Da bi se zadržala ravnoteža, vozač se može nagnuti u skretanju tako da rezultanta težine i centrifugalne sile tvore jednak moment, ali suprotan žiroskopskom momentu. [5]



Sl.15. Utjecaj žiroskopskog efekta na ravnotežu motocikla tijekom skretanja [5]

$$M = -\sqrt{(mg)^2 + (mR_c \Omega^2)^2} \cdot d = M_g \quad (2.34)$$

Žiroskopski efekt također može biti izazvan i rotacijom motora tijekom skretanja. Razmotrit ćemo slučaj u kojem je motor poprečno montiran. Efekt izazvan motorom je određen brzinom rotacije motora koja ovisi o tome u kojoj se brzini nalazi motor. Zanimat ćemo utjecaj momenta inercije kotača i razmotrit žiroskopski efekt koji je izazvan jedino rotacijom motora. Glavna osovina motora obično rotira u istom smjeru kao kotači kao što je prikazano slikom (SI16.).

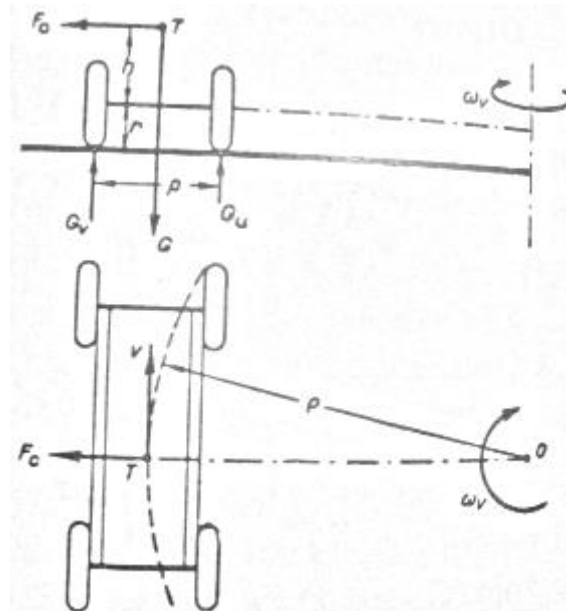


SI.16. Žiroskopski efekt izazvan poprečno montiranim motorom tijekom skretanja [5]

Ravnoteža će biti postignuta ako se motocikl nagne za veći kut od idealnog kuta nagiba uz zanemareni žiroskopski efekt. [5]

## 2.3.2. AUTOMOBIL

Kod automobila žiroskopski efekt se pojavljuje prilikom vožnje u zavoju. Tada se opterećenje kotača mijenja pod utjecajem centrifugalne sile i žiroskopskog momenta.



Sl.17. Centrifugalna sila vozila u zavoju [2]

Centrifugalna sila iz Sl.17. slijedi iz izraza

$$F_c = m \frac{v^2}{\rho} = m \cdot \rho \cdot \omega_v \text{ gdje je} \quad (2.35)$$

$v$ .....brzina vožnje

$\omega_v$ .....kutna brzina vozila u zavoju

$\rho$ .....radijus zavoja kroz koji prolazi težište vozila

Pod utjecajem centrifugalne sile u zavoju, koju zamišljamo da djeluje u težištu vozila, i momenta  $F_c \cdot (h+r)$  dolazi do povišenog opterećenja vanjskih ( $G_v$ ) i smanjenog opterećenja unutarnjih kotača ( $G_u$ ). [2]

Žiroskopski moment (Sl.18.) koji izazivaju mase u rotaciji, prvenstveno kotači proizlazi iz izraza

$$M_{zv} = I_p \cdot \omega_v \cdot \omega_k = I_p \cdot \frac{v^2}{r \cdot \rho} \text{ gdje je} \quad (2.36)$$

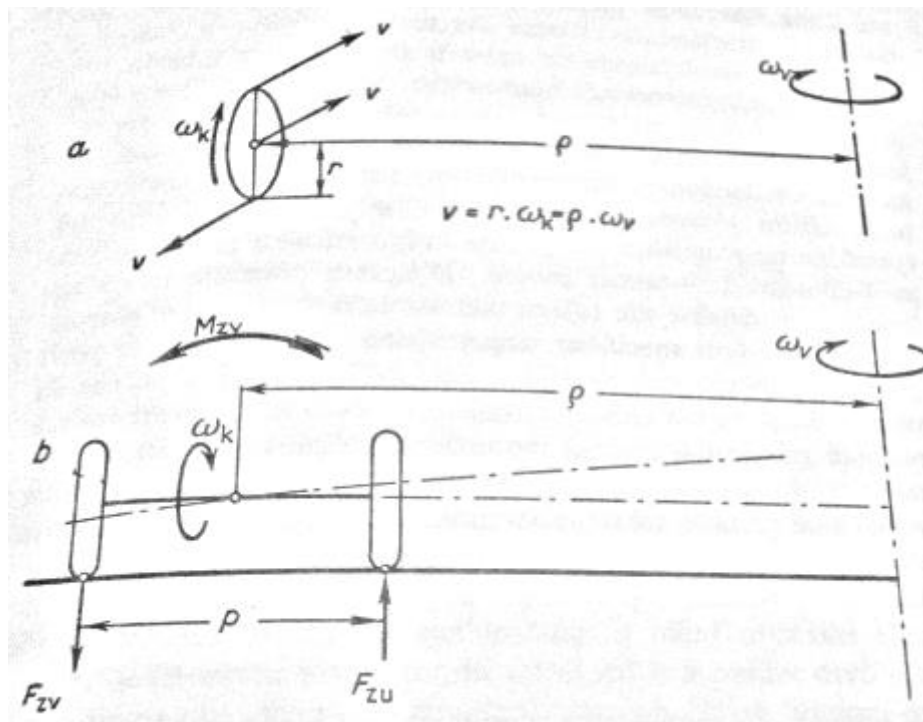
$I_p$ .....polarni moment kotača

$r$ .....radijus kotača

$\omega_k$ .....kutna brzina kotača

$\omega_v$ .....kutna brzina vozila u zavoju

$\rho$ .....radijus zavoja koji prolazi težište vozila



Sl.18. Žiroskopski moment [2]

Ako se pretpostavi da su mase i brojevi okretaja svih kotača približno jednaki, a radijusi zakretanja kotača da su jednaki radijusu zakretanja težišta  $\rho$ , možemo uzeti da je suma momenta zvrka za  $n$  kotača jednaka

$$\sum M_{zv} = n \cdot I_p \cdot \frac{v^2}{r \cdot \rho} \quad (2.37)$$

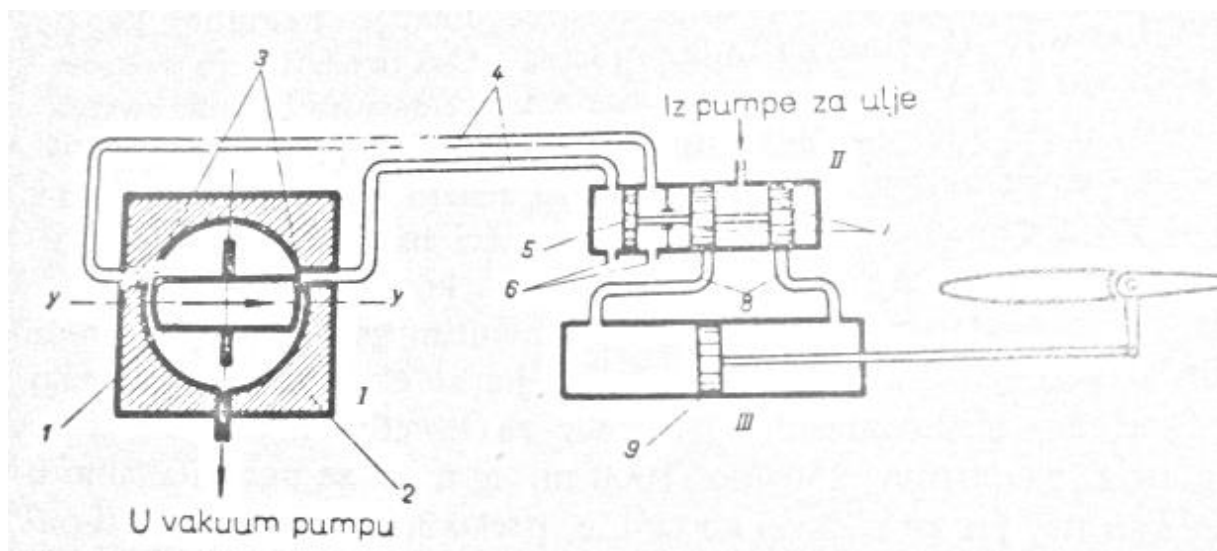
Pod utjecajem momenta zvrka kotača u rotaciji dolazi do povećanog opterećenja vanjskih i smanjenog opterećenja unutarnjih kotača, jer zvrk nastoji u zaokretu postaviti svoju os rotacije tako da ona zatvara što manji kut s osi prisilnog zakretanja koje je uneseno kutnom brzinom  $\omega_k$ . Smjerovi rotacije kutnih brzina  $\omega_v$  i  $\omega_k$  moraju se pri tome

poklapati. Ako je za osovinu sa 2 kotača ukupan moment zvrka  $2 M_{zv}$ , iznosit će razlika u opterećenju vanjskog i unutarnjeg kotača.

$$F_{zv} = \frac{M_{zv}}{\rho} \quad [2] \quad (2.38)$$

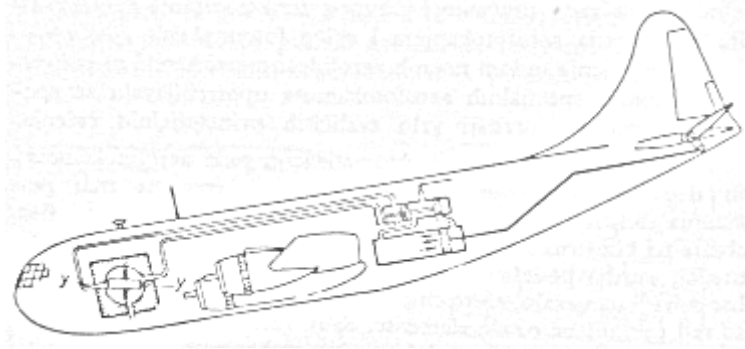
### 2.3.3. AVION

U avionskoj industriji žiroskop se upotrebljava u svojstvu automatskog pilota. Žiroskopski automatski pilot odlikuje se time da je u svojstvu osjetljivog elementa upotrijebljen žiroskop.



Sl.19. Shema žiroskopskog automatskog pilota za stabilizaciju aviona oko poprečne osi [2]

Na Sl.19. dana je shema automatskog pilota za stabilizaciju aviona oko poprečne osi. Os se sastoji od žiroskopa sa tri stupnja slobode gibanja, koji se okreće oko vertikalne osovine. Žiroskop je ugrađen u kućište 2 koje je čvrsto spojeno sa avionom i prati sve njegove pokrete. Za pogon žiroskopa služi vakum-pumpa. Ona razrjeđuje zrak u kućištu i time izaziva strujanje kroz cijevi 4, koje spajaju kućište sa zračnim relejem. Zrak ulazi u relej kroz sisaljke 6. Kada je avion u horizontalnom položaju, žiroskop 1 podjednako zaklanja otvore 3, tako da je podtlak zraka isti sa obje strane klipa cijevi 8 i ne daju da motorna hidraulična pumpa potiskuje hidro-ulje u radni cilindar i radi pomicanje kormila, te se klip radnog cilindra ne pomiče i kormilo visine ostaje u horizontalnom položaju. Ako se avion uslijed nekog poremećaja počne spuštati (Sl.20.)



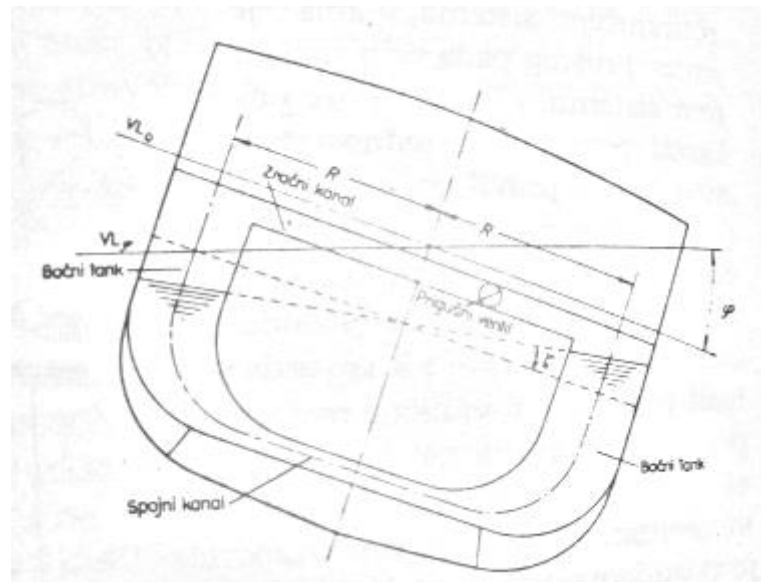
Sl.20. Djelovanje žiroskopskog automatskog pilota [2]

automatski pilot stupa u djelovanje i vraća avion u horizontalni položaj zahvaljujući tome što žiroskop, i pored uzdužnog nagiba aviona, zadržava i dalje svoj položaj u prostoru te uslijed toga ne pokriva podjednake otvore 3, već desni otvara, a lijevi zatvara. Zrak koji vakum-pumpa usisava iz kućišta 2 dolazi tada iz sisaljke 6, prolazi sa lijeve strane klipa 5, ide kroz donju cijev 4 i kroz desni otvor 3 ulazi u kućište, dok je strujanje kroz gornju cijev 4 onemogućeno uslijed toga što žiroskop pokriva lijevi otvor 3. Ovakvo strujanje zraka stvara podtlak sa lijeve strane klipa 5, dok sa desne strane vlada atmosferski tlak, tako da se klip počinje kretati nalijevo zajedno sa klipovima 7 s kojima je čvrsto spojen. Pomicanjem klipova 7 nalijevo omogućava se hidro-ulju, potiskivanom od hidraulične pumpe, da preko cijevi 8 ide u lijevu komoru radnog cilindra i potisne klip 9 nadesno, odnosno kormilo visine prema gore čime se stvara povratni moment koji vraća avion u horizontalni položaj. [2]

## 2.3.4. BROAD

Tijekom plovidbe na brod djeluju vanjski momenti izazvani valovima. Brod se može stabilizirati različitim tipovima stabilizatora. Ovdje ćemo razmotriti periodički tip stabilizatora.

Da bi se stvorili zakretni momenti koji bi na brod djelovali nasuprot vanjskim momentima od valova, u brod se postavlja jedna masa koja svojim oscilacijama proizvodi željene protumomente. Ako je ta masa tekućina, praktična izvedba takvog stabilizatora sastoji se od U-cijevnog tanka naročitog oblika koji je poznat pod imenom Frahmov tank (Sl.21.). [3]

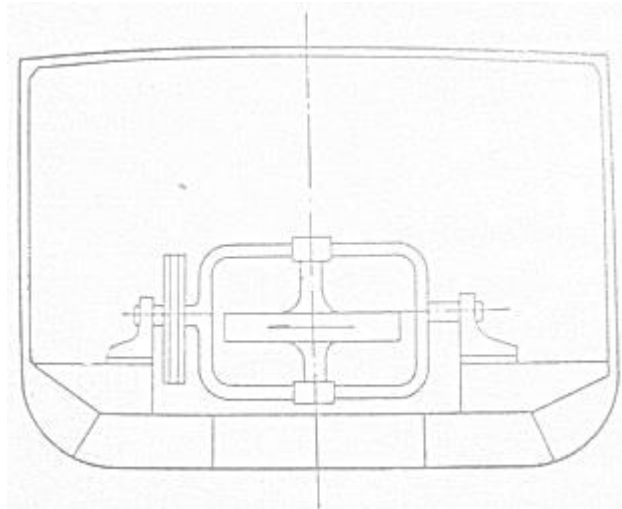


Sl.21. Frahmov tank [3]

Teorijska i praktična ispitivanja pokazala su da je za uspješno djelovanje tanka potrebno da perioda gibanja vode u tanku bude jednaka vlastitoj periodi ljuľanja broda. Jednostavan račun pokazuje da nije moguće ispuniti taj uvjet jednom U-cijevi konstantnog presjeka, a takvih dimenzija da stane u brod. Zbog toga se Frahmov tank sastoji od širih bočnih dijelova među sobom spojenih kanalom manjeg presjeka. Uslijed ljuľanja broda na valovima nastaje i gibanje tekućine u tanku. Matematički se može dokazati da je djelovanje tanka najefikasnije u slučaju rezonancije vektora između gibanje broda i valova, tj. kada kutovi nagiba postanu maksimalni. Kako je u tom slučaju pomak faze između djelovanja valova i gibanja broda  $90^{\circ}$ , potrebno je i gibanje vode u tanku podesiti prema gibanju broda u fazi za  $90^{\circ}$ . Na taj način nastaje između



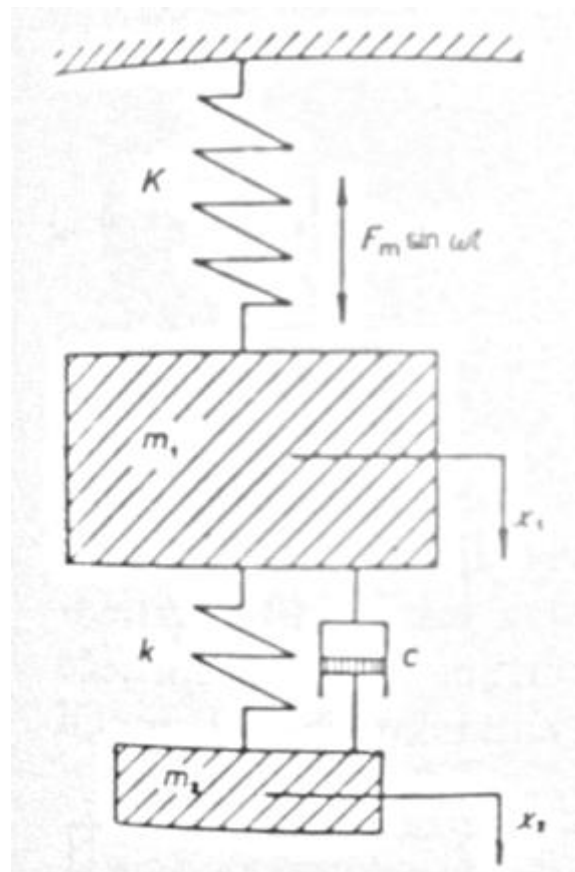
momenta pobude i protumomenta koji proizvodi stabilizator pomak faze od  $180^{\circ}$  pa oni djeluju jedan suprotno drugome. Tako se energija valova koristi na gibanje tekućine u brodu umjesto na ljuljanje broda. Radi prigušenja tekućine u tanku, Frahm je spojio oba dijela protutuljnog tanka jednim zračnim vodom s ugrađenim prigušnim ventilom koji regulira prolaz zraka iz jednog dijela tanka u drugi. [3]



Sl.22. Schlickov žiroskop [3]

Također je u svrhu stabiliziranja broda moguće upotrijebiti i svojstvo zvrka da nastoji položaj svoje osi u prostoru. Ideju da se reaktivni momenti koje proizvodi žiroskop pri prisilnom gibanju njegove osi u prostoru upotrebe za stabiliziranje broda prvi je praktično ostvario O.Schlick 1904. Osovina žiroskopa postavljena je okomito, kako uslijed djelovanja žiroskopskih momenata ne bi došlo do promjene kursa. Zamašnjak žiroskopa okreće se u ležajevima učvršćenim u okvir. Radi omogućenja precesije gibanja žiroskopa, taj se okvir može zakretati oko horizontalne osi. Težište okvira sa zvrkom nalazi se ispod objesišta i zbog toga stabilizator djeluje kao njihalo, jer se nakon svakog otklona, uslijed precesijskog gibanja, nastoji vratiti u srednji uspravni položaj. Gibanje okvira žiroskopa se mora nalaziti na srednjem položaju kad brod postigne maksimalni bočni nagib. Perioda gibanja zvrka mora biti jednaka vlastitoj periodi broda gibanja broda, a njegov pomak faze mora iznositi  $90^{\circ}$  prema gibanju broda, što u slučaju rezonancije znači  $180^{\circ}$  prema djelovanju valova. Dakle, djelovanje žiro stabilizatora na brod potpuno je analogno djelovanju Frahmova protutuljnog tanka, iako je fizičko podrijetlo sile koje oni razvijaju sasvim različito. Precесиjsko gibanje zvrka može se regulirati kočnicom. [3]

Ovi sistemi brod-tank i brod-žiroskop mogu se smatrati titrajnim sistemima sa dva stupnja slobode kojima je u položaj u prostoru definiran dvjema koordinatama. Svaki se titrajni sistem sa dva stupnja slobode može predočiti dvjema masama koje titraju pod utjecajem sila u oprugama i vanjske sile uzbude (Sl.23.).



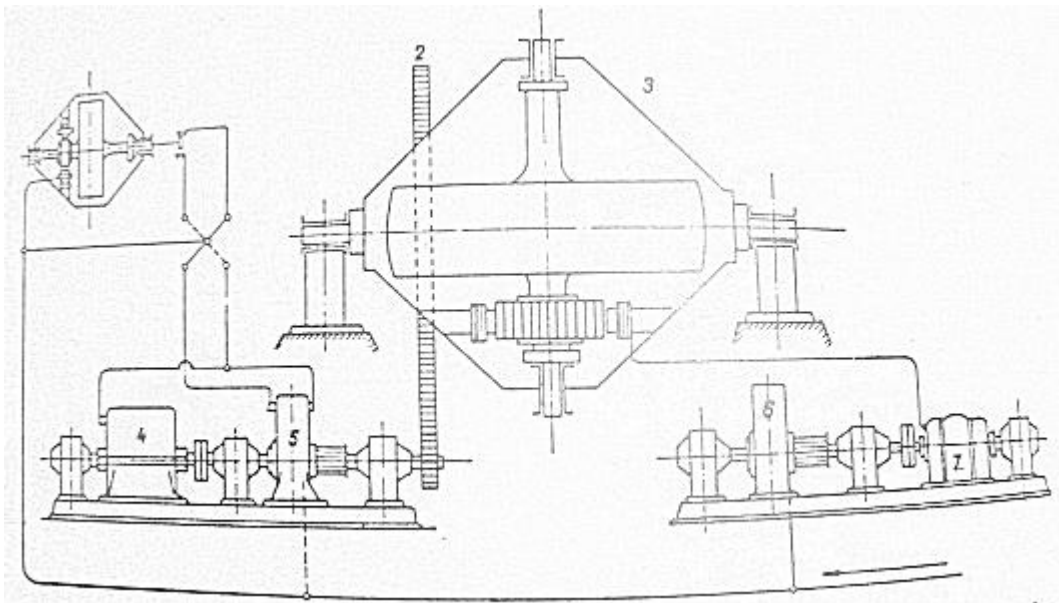
Sl.23. Shema titrajnog sistema

sa dva stupnja slobode gibanja [3]

Velika masa  $m_1$  predočuje brod, a mala masa  $m_2$  stabilizator. Masa  $m_1$  giba se pod djelovanjem periodične sile  $F_m \sin \omega t$ , koja predočuje u navedenoj shemi djelovanje valova. Opruge s konstantnom  $K$  (opruga se rastegne za jedinicu dužine pri opterećenju sa  $K$  jedinica sile), koja vraća masu  $m_1$  uvijek prema ravnotežnom položaju, analogna je momentu statičkog stabiliteta broda. Opruga s konstantom  $k$  predočuje utjecaj koji stabilizator radi na brod i obratno, i mjerodavan je za povezanost sistema. Prigušivanje gibanje mase  $m_1$  u odnosu na masu  $m_2$  predočeno je u shemi cilindrom napunjenim uljem u kojem se kreće štap. Prigušivanje gibanja mase  $m_1$  u odnosu na  $m_2$  predočeno je u shemi cilindrom napunjenim uljem u kojem se kreće štap. Faktor proporcionalnosti je  $c$ . U slučaju Frahmova tanka prigušenje nastaje radi

trenja tekućine o zidove tanka, a može se umjetnim putem povećati preko prigušenog ventila. Prigušivanje gibanja okvira Schlickova žiroskopa nastaje radi trenja osovine okvira o ležajeve, a može se umjetnim putem povećati pomoću kočnice smještene na okviru žiroskopa.

Glavni nedostatak periodičkog tipa stabilizatora je događanje dvostruke rezonancije. To se može spriječiti aktiviranjem stabilizatora. To znači da gibanje mase tekućine, odnosno okvira žiroskopa, više nije prepušteno samom sebi, nego se njima upravlja pomoću vanjskog izvora energije. Primjer takve izvedbe je Sperryev žiroskop (Sl.24.)



Sl.24. Sperryev girostabilizator [3]

Kod njega se precesija okvira žiroskopa prisilno izvodi pomoću stabilizatora. Na taj se način pokušalo postići da frekvencija gibanja stabilizatora  $\omega_a$  bude uvijek jednaka frekvenciji valova  $\omega$ , kako zahtijeva teorija za potpuno stabiliziranje. Tu se javljaju problemi regulacije, tj. kako odrediti pobudnu frekvenciju  $\omega$ , i na koji način regulirati stabilizator da bi njegova frekvencija zaista bila jednaka frekvenciji valova. [3]

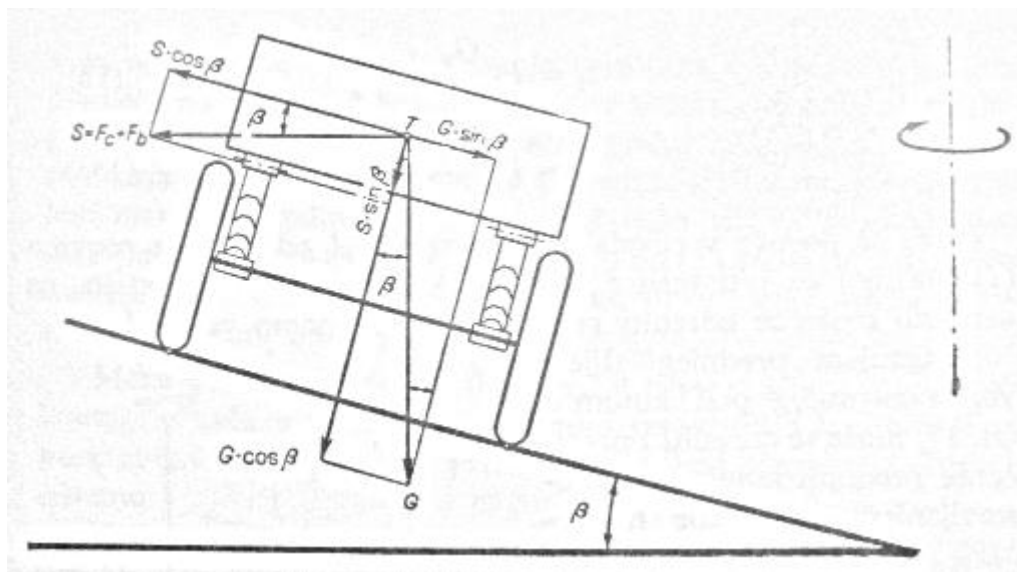
### 3. POSTAVA ZADATKA

U dosadašnjem dijelu rada objašnjen je princip rada žiroskopa te na koji način žiroskopski efekt djeluje na vozila. Prikazano je kakav utjecaj žiroskop ima na stabilizaciju vozila. Praktični dio ovog rada se sastoji na dva konkretna primjera (automobil i brod) utjecaja žiroskopskog efekta na stabilnost. Kod automobila ću razmotriti slučaj automobila u zavoju, dok kod broda aperiodske tipove stabilizatora.

## 4. RAZRADA ZADATKA

### 4.1. STABILIZIRANJE AUTOMOBILA

Uvjeti stabilnosti vozila prilikom vožnje u zavoju proizlaze iz jednadžbi za sumu opterećenja vanjskih kotača  $G_v$  i unutarnjih kotača  $G_u$ . Pretpostavlja se da na opterećenje kotača djeluju samo težina vozila  $G$ , centrifugalna sila  $F_c$  i žiroskopski moment  $M_{zv}$ . Ukupno opterećenje vanjskih ( $G_v$ ) i unutarnjih kotača ( $G_u$ ) bit će (Sl.25.)



Sl.25. Stabilnost vozila u zavoju [2]

$$G_v = \frac{G}{2} + F_c \cdot \frac{h+r}{p} + \frac{\sum M_{zv}}{p} \quad (4.1)$$

$$G_u = \frac{G}{2} \cdot \left( F_c \cdot \frac{h+r}{p} + \frac{\sum M_{zv}}{p} \right) \quad (4.2)$$

$$G_v + G_u = G \quad (4.3)$$

Granični slučaj, iza kojeg dolazi do prevrtanja vozila, nastaje kad nestane opterećenje unutarnjih kotača. Za  $G_u=0$  slijedi:

$$F_c \cdot \frac{h+r}{p} + \frac{\sum M_{zv}}{p} = \frac{G}{2} \quad (4.4)$$

$$G_v = G \quad (4.5)$$

No u zaokretu ne smije doći ni do klizanja vozila, pa mora biti zadovoljen uvjet:

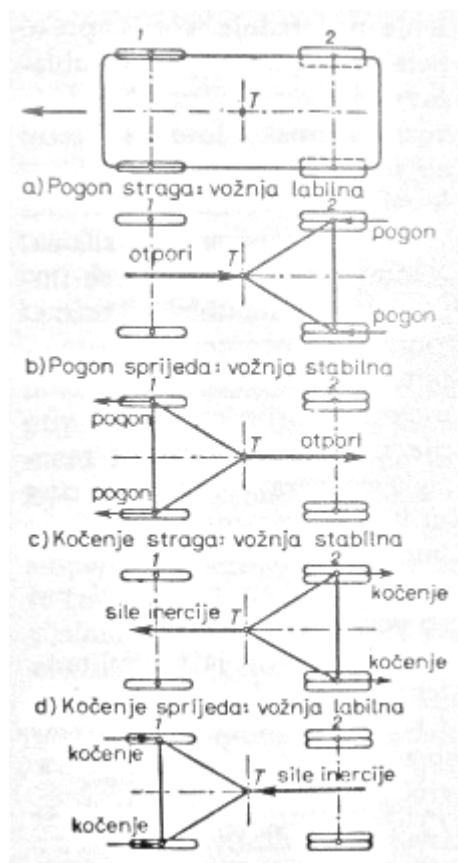
$$G\mu > S \text{ gdje je} \quad (4.6)$$

S.....suma svih bočnih sila, tj. centrifugalne sile, sile bočnog vjetra i bočne komponente težine kad vozilo zaokreće na cesti koja je pod poprečnim nagibom

U ovom općenitom slučaju prema (Sl.25.) mora biti zadovoljena jednadžba

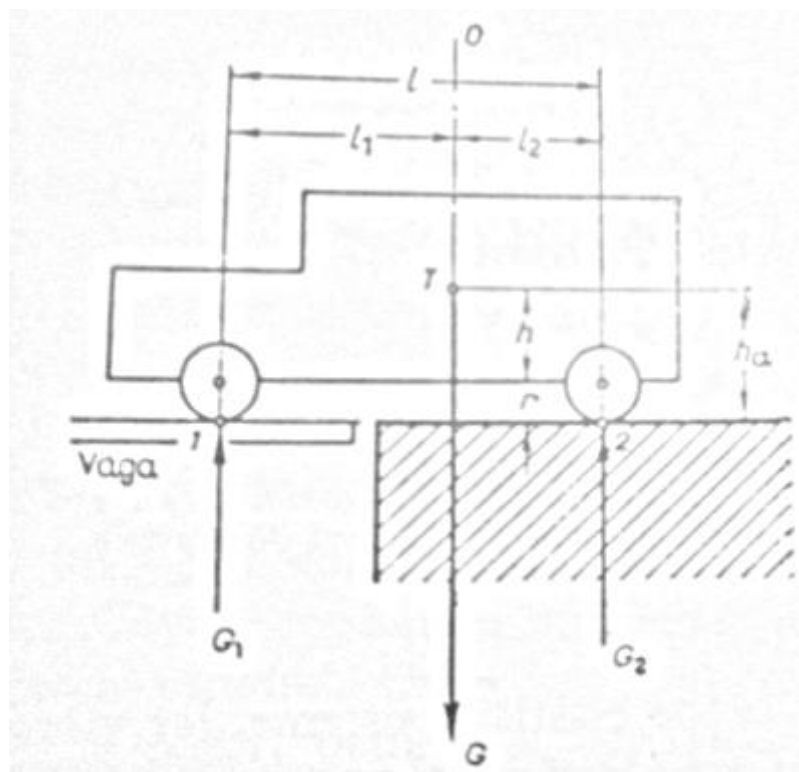
$$(G\cos\beta + S\sin\beta) \cdot \mu > G\sin\beta - S\cos\beta \quad (4.7)$$

Na Sl.26. vidi se utjecaj izbora pogonskih i kočenih kotača na stabilnost vožnje i sigurnost upravljanja. Pogon prednjih kotača je povoljan za stabilnost vožnje, a nepovoljan zbog manje vučne sposobnosti radi smanjenog opterećenja tih kotača. Kočenje prednjih kotača je povoljno zbog njihova povećanog opterećenja i bolje sposobnosti kočenja, a nepovoljno zbog smanjenja stabilnosti vožnje. Stabilnu vožnju osigurava pogon na prednjim i kočenje na stražnjim kotačima. [2]



Sl.26. Stabilnost vožnje i sigurnost upravljanja u slučajevima pogona i kočenja na prednjim i stražnjim kotačima [2]

Određivanje težišta vozila važno je da bi se moglo odrediti opterećenje prednjih i stražnjih kotača, kao i točno ispitati stabilnost vozila. Pretpostavlja se da je vozilo simetrično opterećeno s obzirom na poprečnu ravninu, pa je prema tome potrebno samo odrediti koordinate težišta T u horizontalnoj ravnini (Sl.27.). Vaganjem vozila u horizontalnom položaju mogu se odrediti opterećenja prednjih i stražnjih kotača  $G=G_1+G_2$ . Razmak između prednjih i stražnjih kotača l se može izmjeriti. Postavljanjem jednadžbi momenata s obzirom na dodirnu točku kotača sa tlom, 1 i 2, mogu se odrediti razmaci do težišta (T)  $l_1$  i  $l_2$ . [2]



Sl.27. Mjerenje opterećenja kotača vaganjem

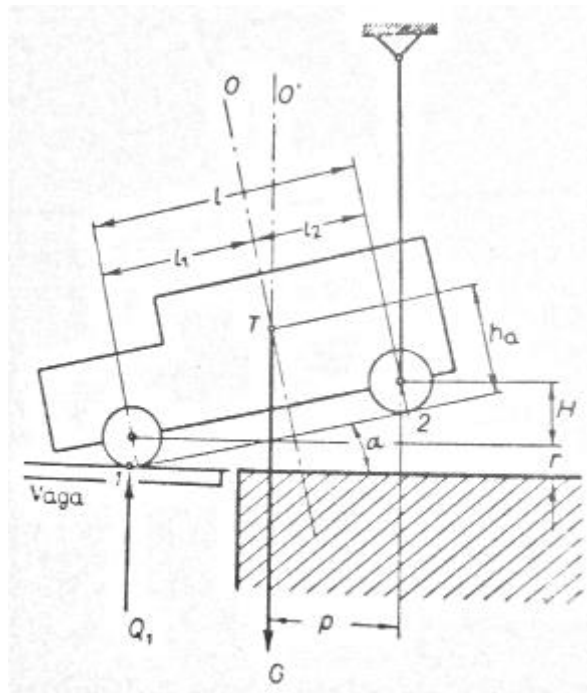
u horizontalnom položaju [2]

$$l_1 = l \cdot \frac{G_2}{G} \quad (4.8)$$

$$l_2 = l \cdot \frac{G_1}{G} \quad (4.9)$$

Ako se povuče vertikala 0 na razmaku l, od prednje osovine (1), na njoj će biti težište vozila (T). Točan smještaj težišta na vertikali može se odrediti grafički ili proračunom visine  $h_a$ .

Vaganjem prednjeg dijela vozila nagnutog pod kutom  $\alpha$  (Sl.28.) može se odrediti opterećenje prednjih kotača ( $Q_1$ ).



Sl.28. Mjerenje opterećenja kotača nagnutog vozila [2]

Postavljanjem jednadžbe momenata s obzirom na stražnju osovinu (2), utvrđuje se razmak  $p$  od osovine 2 do nove težišnice  $O'$ .

$$P = \frac{Q_1}{G} \cdot l \cos \alpha \quad (4.10)$$

Povlačenjem vertikale  $O'$  dobiva se u sjecištu težišnica  $O$  i  $O'$  težište  $T$ . Visina težišta iznad tla može se odrediti i proračunom iz

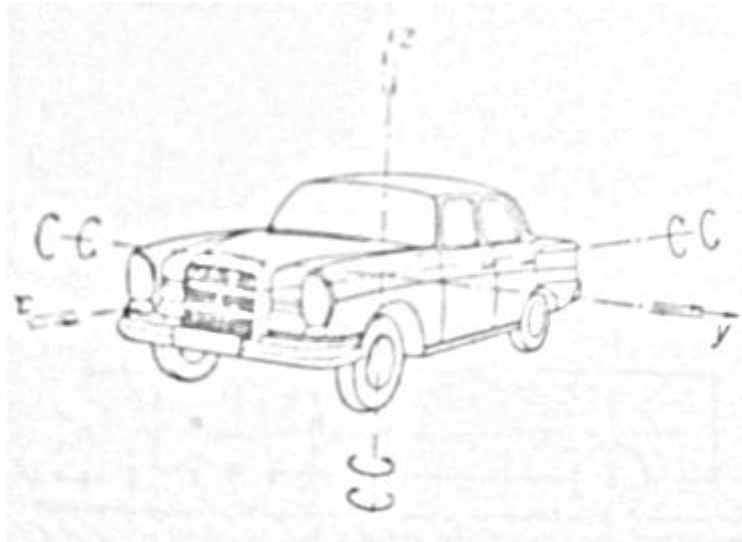
$$h_a = \frac{p - l_2 \cos \alpha}{\sin \alpha} + r$$

ili

$$h_a = \frac{l^2}{H} \cdot \frac{Q_1 - G_1}{G} \cdot \sqrt{1 - \frac{H^2}{l^2}} + r \quad (4.11)$$



Prilikom vožnje motornog vozila pojavljuju se u njemu velik broj vibracija, od kojih se obično razmatraju temeljne, one koje djeluju duž i oko triju glavnih osi x,y i z.kroz težište T (Sl.29.) pod utjecajem tada motora, stanja površine ceste preko koje vozilo prolazi, sila tromosti izazvanih ubrzavanjem ili kočenjem, vjetra, centrifugalnih sila i momenata zvrka u zavoju.



Sl.29. Osi kroz težište vozila x,y i z oko kojih  
i u kojima dolazi do glavnih vibracija [2]

Vozilo mora biti tako izvedeno da se ove vibracije mogu prihvatiti i poništiti, kako bi se izbjegla mogućnost pojave rezonancije titraja tokom superponiranja. Elastično ovješeno nadgradnje vozila preko pera omogućava ublažavanje raznih impulsa koje vozilo prima dok je u pokretu, ali je ono i uzrok dugih i vrlo složenih vibracija izazvanih vanjskim i unutarnjim silama. Sistem ovješnja mora sve impulse prihvatiti, ublažiti i brzo amortizirati, pogotovo ako su amplitude vibracija značajnije. Kod motornih vozila imamo redovito složene elastične sisteme, jer vibracije nadgradnje izazivaju mnogi uzročnici, kao npr. pneumatici, glavna pera vozila, elasticitet okvira i osovina, pera samih sjedišta itd. Suvremene konstrukcije teže k tome da uz izolaciju buke, bude i rezultirajuće titranje vozila za vrijeme vožnje što manje, ne samo zbog udobnosti već također zbog sigurnosti i izdržljivosti vozila. [2]

Udobnost vožnje osigurana je ako su frekvencija i amplituda titranja što manje. Organizam čovjeka teško podnosi više od 6 titraja u sekundi, pogotovo ako su i visine titraja veće od 1 mm. Trajanje titraja jednog pera (T) može se odrediti iz izraza

$$T=2\pi\sqrt{m \cdot f}=2\pi\sqrt{\frac{m}{c}} \quad (4.12)$$

u kojem je

$m$ .....masa koja na peru titra

$f=\frac{1}{c}$ .....elasticitet pera

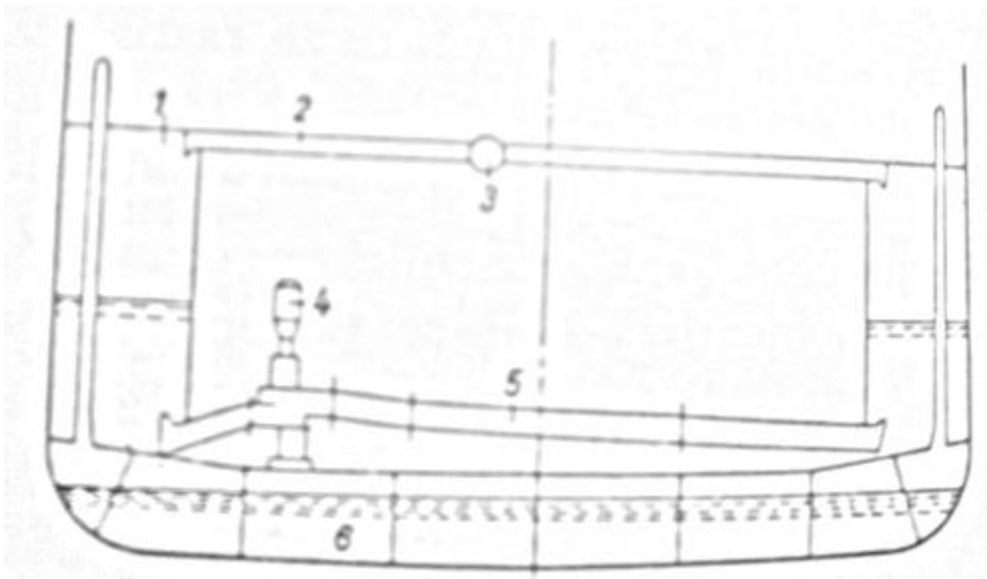
$c=\frac{1}{f}$ .....karakteristika pera

Ugodna se vožnja postiže ako se  $T$  kreće između 0.8 i 1.2 s, tj. sa približno 50-75 titraja u minuti. Kod  $T < 0.8$  s pojavljuju se značajne vertikalne akceleracije, tj. vrlo neugodna potresanja, a kod  $T > 1.2$  s može doći do nelagodnog osjećaja, sličnog onome koji se pojavljuje pri ljuljanju broda na moru. Sigurnost vožnje zahtijeva također da vibracije vozila budu što manje kako bi kontakt kotača s terenom ostao očuvan i bila zadržana visoka adhezijska sposobnost vozila, izuzetno važna za sigurno održavanje ceste i upravljanje. Za loše ceste je potrebno predvidjeti tvrda pera koja se brzo prilagođavaju profilu puta jer im je frekvencija titraja visoka pa su intervali rasterećenja kotača kratki.

Izdržljivost vozila kao cjeline, a posebno pojedinih elemenata, vrlo mnogo zavisi od vibracija, naročito ako su njihove amplitude značajne. Dijelovi vozila izloženi su za vrijeme vožnje velikim naprezanjima radi pojave titranja, što može dovesti i do lomova izazvanih savijanjem ili torzijom, odnosno kombinacijom ovih naprezanja. [2]

## 4.2. STABILIZIRANJE BRODA

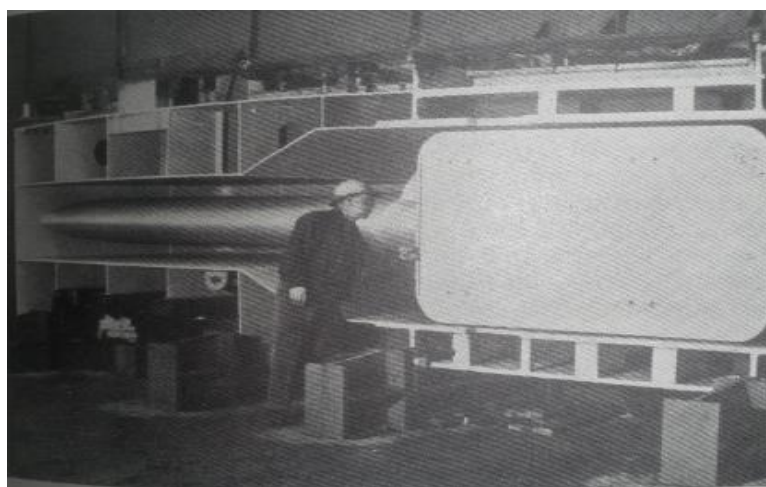
Na valovima će paluba broda zadržati horizontalni položaj jedino ako brod ima neizmjereno velik moment tromosti ili metacentarsku visinu jednaku nuli. Dok se veliki moment tromosti dobiva gradnjom dvostrukog trupa (brodovi tipa katamaran), za brodove normalnog oblika dolazi u obzir samo mala metacentarska visina, koje se može lakše postići slobodnim površinama tekućine u brodu. Prema prijedlogu Horna izvedeni su na putničkim brodovima u tu svrhu plosni ili labilitetni tankovi u duplom dnu (Sl.30.). Velike slobodne površine vode u tankovima znatno smanjuju metacentarsku visinu što pruža dvostruku korist. Zbog malene metacentarske visine malen je i moment pobude kojim valovi djeluju na brod, a osim tog perioda ljuljanja broda postiže velike vrijednosti i isključena je mogućnost rezonancije. Da bi se spriječili veliki nagibi, koji bi uz metacentarsku visinu mogli nastati uslijed prijelaza putnika na jednu stranu broda ili djelovanja vjetra, postoje osim tankova u duplom dnu i bočni tankovi u koje se prema potrebi pumpom utiskuje voda i tako izravnavaju nastali nagib. Specijalnom konstrukcijom krova tanka područje malog stabiliteta ograničeno je na  $\pm 3^\circ$ . U tom području perioda valjanja broda iznosi oko 40 sekundi. Ako je kut nagiba broda veći od  $3^\circ$  djeluje nesmanjeni moment statičkog stabiliteta jer slobodna površina vode u tanku priligne uz krov duplog dna pa nije više djelotvorna. [3]



Sl. 30. Hornov labilitetni tank [3]

- 1.....bočni tank
- 2.....zračni kanal
- 3.....zaklopka
- 4.....Kaplan-turbina
- 5.....spojni kanal
- 6.....plosni kanal u duplom dnu

Drugi izraziti predstavnik aperiodskih tipova stabilizatora je Denny-Brownov stabilizator s aktivnim perajicama smještenim na oba boka broda. Zbog strujanja tekućine oko broda javljaju se na perajicama sile koje, analogno silama na kormilo, rade zakretne momente na brod, a veličina i smjer tih momenata mogu se mijenjati odgovarajućim pokretanjem perajica pomoću hidrauličkog uređaja. Perajice se zakreću oko poprečne osi, pa djeluju na brod zakretnim momentima koji sprječavaju ljuljanje. Radi zgodnijeg upravljanja dužina perajice mora biti znatno manja, nego dužina ljuljnih kobilica; zato aktivne perajice imaju veću visinu i strše daleko izvan maksimalne širine broda, pa se moraju uvlačiti kad nisu u upotrebi (Sl.31.). Velika prednost perajičnog stabilizatora je upravo to što je aperiodski. Može se preko regulacijskog uređaja brzo i lako prilagoditi bilo kakvim vanjskim momentima, zauzima malo prostora na brodu, male je težine i relativno niske cijene. Mane su mu da se mora uvlačiti pa postoji mogućnost oštećenja, da njegovo djelovanje ovisi o brzini broda i da povećava otpor broda. Zbog toga se i dalje razvijaju novi tipovi stabilizatora, kao npr. stabilizatori s pomičnim težištima, propelerima itd. [3]



Sl.31. Perajica girofin stabilizatora uvučena u kućište [3]

## 5. ZAKLJUČAK

U današnje vrijeme postoji mnogo uređaja koji rade na principu žiroskopskog efekta. Ti uređaji imaju nekoliko namjena, od kojih je jedna i dovođenje vozila u stabilnost. Neke firme su se posebno specijalizirale za takvu proizvodnju od kojih se može izdvojiti „Sea Keeper“. Ona proizvodi žiro stabilizatore za pomorsku i vojnu industriju. Njihov najnoviji uređaj „active gyro stabiliser M-8000“ je testiran na jahti „Sofiegene“ na ulazu u Boku. Jahta je zaustavljena i isključen je žiro stabilizirajući sustav na 15 minuta. Nakon ponovnog uključivanja došlo je do zaključka da efekt stabilizacije iznosi od 70 do 80 %. Ovaj model M-8000 košta 90 tisuća dolara, a dovoljan je za stabilizaciju broda težine do 35 tona. Sama ugradnja traje petnaestak dana i košta 25 tisuća dolara. [8]

## 6.LITERATURA

- [1] Đurković,P. Vlado: Dinamika materijalnih sistema, Beograd 2010.
- [2] Podhorsky,R.: Tehnička enciklopedija 1, Zagreb 1963.
- [3] Podhorsky,R. : Tehnička enciklopedija 2, Zagreb 1966.
- [4] Jecić,S. : Mehanika 2, Zagreb 1989.
- [5] Cossalter,V. : Motorcycle dynamics (second edition), 2<sup>nd</sup> English edition 2006
- [6] <https://en.wikipedia.org/wiki/Gyroscope>
- [7] [http://repozitorij.fsb.hr/1148/1/30\\_11\\_2010\\_Kucic\\_Alen-Diplomski\\_rad.pdf](http://repozitorij.fsb.hr/1148/1/30_11_2010_Kucic_Alen-Diplomski_rad.pdf)
- [8] <http://www.pacificdriveline.co.nz/Products/SeakeeperGyroStabilizers.aspx>